COMPTES RENDUS

HEBDOMADAIRES

DES SÉANCES

DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES

PUBLIÉS,

CONFORMÉMENT A UNE DÉCISION DE L'ACADÉMIE

En date du 13 Juillet 1835,

PAR MM. LES SECRÉTAIRES PERPÉTUELS.

TOME CENT-VINGT ET UNIÈME.

JUILLET — DÉCEMBRE 1895.

PARIS,

GAUTHIER-VILLARS ET FILS, IMPRIMEURS-LIBRAIRES

DES COMPTES RENDUS DES SÉANCES DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES,

Quai des Grands-Augustins, 55.

—

1895

COMPTES RENDUS

DES SÉANCES

DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 1er JUILLET 1895,

PRÉSIDENCE DE M. MAREY.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. le **Président** annonce à l'Académie la perte qu'elle vient de faire dans la personne de M. *Huxley*, Correspondant pour la Section d'Anatomie et Zoologie, et s'exprime en ces termes :

« Huxley, dont nous avons le vif regret d'apprendre la mort, était un zoologiste et un physiologiste éminent. Né dans le Middlesex en 1825, il fut nommé professeur d'Histoire naturelle dès l'âge de 29 ans, et pendant sa longue carrière a publié des Ouvrages et des Mémoires sur les points les plus variés de l'Histoire naturelle. Il étudia les hydrozoaires océaniques, adopta les idées de Darwin et en fit l'application dans son livre intitulé : *De la place de l'Homme dans la Nature*. On lui doit encore des leçons d'Anatomie comparée et de Physiologie élémentaire; *les Principes physiques de la vie*, Ouvrage dans lequel il développe sa théorie du *protoplasma;* une remarquable monographie de l'*Écrevisse;* enfin, un Ouvrage intitulé *Lay*

Sermons traduit en français sous le titre plus explicite : *Les Sciences naturelles et les problèmes qu'elles font surgir*. Ces Ouvrages et de nombreux Mémoires, où les Sciences naturelles sont considérées d'un point de vue philosophique très élevé, ont acquis à leur auteur une célébrité universelle. C'est en 1879 que notre Compagnie s'est attaché Huxley à titre de Correspondant. »

M. le **Ministre de l'Instruction publique** adresse une ampliation du Décret par lequel le Président de la République approuve l'élection que l'Académie a faite de M. *Newcomb*, pour remplir la place d'Associé étranger laissée vacante par le décès de M. *Helmholtz*.

Il est donné lecture de ce décret.

ASTRONOMIE. — *Sur les photographies de la Lune et sur les objets nouveaux qu'elles ont permis de découvrir ;* par MM. **Lœwy** et **Puiseux**.

« Il y a quelques mois, nous avons eu l'honneur d'entretenir l'Académie des clichés de la Lune obtenus à l'Observatoire de Paris, et de lui en présenter quelques amplifications photographiques. L'échelle des agrandissements sur papier exécutés par le Dr Weinek, directeur de l'Observatoire de Prague, correspond à un diamètre de 4 mètres pour le disque entier de la Lune. La qualité de ces épreuves est remarquable ; elles sont obtenues par impression directe à la lumière sur des papiers aux sels d'argent, et leur finesse, dans la partie centrale, est comparable à celle des épreuves sur verre. Depuis, le Dr Weinek a poursuivi avec succès ses études dans la même voie. La collection que nous mettons aujourd'hui sous les yeux de l'Académie comprend un grand nombre de feuilles, dont trente-quatre nouvelles sont tirées d'un seul de nos clichés, datant du 14 mars de l'année dernière. Presque toutes donnent lieu à des remarques intéressantes et paraissent susceptibles d'enrichir les notions acquises jusqu'à ce jour sur la topographie de la Lune.

» Le Dr Weinek s'est principalement attaché à la découverte d'objets nouveaux. Prenant pour base la grande Carte de Schmidt, qui demeure encore la plus fidèle et la plus complète entre toutes les représentations d'ensemble de la Lune, il a dressé la liste des accidents bien caractérisés, cratères ou fissures, qui pourraient lui être ajoutés d'après le témoignage de la photographie. Ces objets sont eux-mêmes divisés en deux classes, sui-

vant que leur existence paraît, sur les épreuves, manifeste ou seulement probable. La première catégorie comprend, à elle seule, 95 cratères nouveaux ; un autre de nos clichés, datant du 13 février 1894, a paru également au Dr Weinek devoir autoriser de nombreuses additions à la Carte de Schmidt. Nous avons entrepris, conformément à la proposition qui nous a été faite par le Dr Weinek lui-même, de vérifier la réalité de ces découvertes sur les clichés demeurés entre nos mains.

» La nécessité d'un pareil contrôle ne saurait échapper aux personnes habituées à l'étude minutieuse des clichés photographiques. Examinées de près les épreuves successives d'un même objet montrent des caractères individuels et des différences appréciables, quelque soin que l'on ait mis à opérer toujours dans des conditions identiques. Il est même préférable, pour tirer tout le parti possible d'une soirée propice à la Photographie de la Lune, de faire varier à dessein la durée de la pose et du développement, de manière à obtenir des épreuves d'intensités différentes. Les plus claires auront l'avantage de conserver des détails dans les lumières vives, et conviendront mieux pour analyser les objets d'une structure délicate. Les clichés intenses compléteront utilement les premiers dans les parties faiblement éclairées. Nous avons toujours eu soin de graduer ainsi, dans une large mesure, l'opacité des épreuves. La Photographie comporte, comme on le voit, un élément subjectif, de même que tous les procédés artistiques, où l'éducation, le goût, le jugement du dessinateur exercent une influence si marquée. Il y a toutefois cette différence en faveur de la Photographie que les désaccords n'y portent ordinairement que sur de menus détails, et qu'il est possible de remonter à leur cause physique.

» Un autre avantage réside dans la faculté de multiplier les épreuves dans un court espace de temps. Il nous est arrivé plusieurs fois d'obtenir en moins de deux heures quinze ou vingt clichés de la Lune, de qualité presque uniforme au point de vue de la finesse. On conçoit que si l'on a la patience de les collationner tous, les particularités propres à chacun d'eux ne pourront presque jamais devenir une source d'erreur. Deux clichés ne suffiront pas en général, car le meilleur laissera distinguer quelques détails qui demeureraient invisibles dans l'autre, et il faut pouvoir faire intervenir un nouvel élément de décision en cas de désaccord. Par contre, dès que deux ou plusieurs plaques se trouvent sur un point déterminé en parfait accord, il faut les considérer comme des témoins sincères et indépendants, venant déposer de ce qu'ils ont vu, et il n'existe aucun motif acceptable pour se refuser à les croire.

» Quand on aura ainsi mis hors de doute l'existence d'un objet, sa nature vraie pourra encore donner lieu à des interprétations diverses. Les analogies terrestres sont, en effet, trop lointaines et trop incertaines pour que nous puissions rétablir avec certitude les parties plongées dans l'ombre ou dérobées à notre vue. La comparaison d'épreuves obtenues avec des éclairages différents sera ici très précieuse. Parmi les dessins de la Lune dus aux meilleurs observateurs, bien peu, on nous permettra de le dire, sortent à leur avantage d'un pareil examen. Il est vrai que l'on y voit figurer des détails plus fins que dans les photographies; mais il n'arrive pour ainsi dire jamais que ces détails soient confirmés par deux documents indépendants, et l'on constate à chaque pas des divergences qui portent sur des objets de dimension beaucoup plus grande. Sans mettre le moins du monde en doute la bonne foi des observateurs, on doit reconnaître qu'il y a, dans les chiffres publiés relativement à la visibilité des détails les plus délicats, une part d'illusion. Les théories les mieux établies de l'optique ne permettent pas de supposer, par exemple, qu'un objectif de 20^{cm} puisse dédoubler un intervalle de $0'',3$, montrer sous leur vraie forme des objets lunaires de 200^{m} à 300^{m} d'étendue; c'est tout au plus si les plus puissantes lunettes existantes pourraient atteindre à cette limite dans des conditions exceptionnellement favorables. Les expériences classiques de Dawes et de Foucault, vérifiées par la pratique universelle des astronomes, donnent pour le pouvoir optique exprimé en secondes d'arc d'une lunette dont l'ouverture en millimètres est A le nombre $\frac{137}{A}$. Certaines expériences faites sur les étoiles doubles ont, il est vrai, donné à penser que cette limite pouvait être dépassée. Mais il faut tenir compte, d'une part de ce que les distances de cet ordre ne sont pas connues avec précision, de l'autre de ce qu'il intervient dans leur mesure un élément psychologique. L'observateur, prévenu de ce qu'il doit voir, n'est plus dans des conditions d'impartialité complète. En cherchant à saisir, au milieu des ondulations de l'image, le dédoublement annoncé, il arrive aisément à se persuader qu'il l'a entrevu. Un simple allongement du disque permet d'affirmer que l'on a sous les yeux une étoile multiple. Dans le cas de la Lune, les objets les plus petits et les plus nets sont loin de se présenter avec un éclat relatif comparable à celui des étoiles. Ce sont d'habitude des dépressions ou des ombres isolées, plus ou moins entamées par l'irradiation, et il est inévitable que l'on soit conduit à leur attribuer par estime des dimensions trop réduites. En général, on ne doit pas espérer

de dédoubler avec un objectif de $0^m,20$ une distance inférieure à $0'',6$, le chiffre théorique étant $0'',68$. Nous ne nions pas la possibilité d'apercevoir des sillons très longs, d'une moindre largeur, ou de petites taches très brillantes. Mais, dans ce cas, on tenterait vainement d'en fixer la vraie forme par le dessin sans recourir à un appareil optique plus puissant. La multiplication des documents ne fera qu'augmenter l'incertitude, en posant à chaque fois un problème nouveau.

» En résumé, si l'on veut arriver à une connaissance aussi exacte que possible des détails les plus ténus que l'on aperçoive sur les photographies de la Lune, il faut comparer attentivement, sur chaque point particulier, les clichés d'une même soirée, et s'il subsiste un doute, recourir à des épreuves obtenues avec des éclairages différents. Seule cette discussion permet d'acquérir des notions exactes et définitives sur ces objets si délicats. La nécessité d'une comparaison semblable s'impose à plus forte raison quand il s'agit des dessins, où la dextérité et le jugement de l'observateur jouent un rôle prépondérant. Mais, par cette voie, la difficulté de réunir pour toutes les portions de la Lune des documents suffisamment nombreux et précis équivaut à une impossibilité pratique. Le temps et les efforts dépensés jusqu'à ce jour dans l'étude de régions très limitées montrent que, même avec la collaboration de plusieurs astronomes habiles, on ne saurait assigner le temps nécessaire pour construire, par les procédés graphiques, une carte suffisamment exacte et complète. Or c'est diminuer, dans une grande proportion, la valeur d'une œuvre de ce genre que d'en diviser l'exécution entre plusieurs personnes, ou de la répartir sur une durée considérable. Dans les deux cas, on introduit un élément personnel trop variable et trop important pour qu'il soit permis d'en faire abstraction.

» La construction d'une Carte de la Lune à grande échelle est au contraire réalisable sans difficulté par les procédés photographiques. L'objectif du grand Équatorial coudé, employé avec une ouverture libre de $0^m,54$, devrait atteindre un pouvoir séparateur de $0'',25$. L'examen des clichés, fait avec les microscopes employés aux mesures de la Carte du Ciel, ne nous a pas montré de détails d'une forme précise au-dessous de $0'',5$. On ne doit pas s'étonner de cette différence. Les notes inscrites au moment de l'exposition des plaques sensibles indiquent, en effet, que nous n'avons jamais opéré dans des conditions absolument favorables. L'an dernier, l'instrument n'avait pas encore reçu tous les perfectionnements mécaniques qui lui permettent de suivre, avec fidélité le mouvement de la Lune. Cette année, notre outillage était plus complet, et nous étions en mesure d'abriter la

lunette du vent. Mais les circonstances climatériques ont toujours été contraires, et nous n'avons jamais rencontré le calme absolu des images pendant la durée de $0^s,7$ à $1^s,5$, nécessaire pour impressionner les plaques. Cette stabilité parfaite est rare sous tous les climats; nous espérons cependant la rencontrer, et nous ne doutons pas qu'on ne puisse, avec de la persévérance, obtenir des clichés dont la finesse corresponde aux prévisions théoriques.

» Sur 95 cratères nouveaux que le Dr Weinek signale comme bien visibles dans notre cliché du 14 mars, 67 nous semblent sûrement confirmés; 28 ne se retrouvent pas sur nos plaques, ou n'offrent pas le caractère qui leur est attribué. La proportion serait naturellement moins favorable si l'on faisait entrer en ligne de compte les objets, en très grand nombre, que le directeur de l'observatoire de Prague estime lui-même être douteux. La différence est assez notable pour qu'il faille en chercher l'explication. Les verres grossissants que nous avons employés donnaient des amplifications assez fortes pour faire apercevoir le grain de la couche sensible et, par suite, ne laisser échapper aucun détail. D'autre part, la grande expérience acquise par le Dr Weinek dans ce genre d'observation, ne permet guère de supposer qu'il ait été victime d'une illusion. Il faut donc admettre que les détails signalés existaient bien dans le cliché envoyé à Prague, mais ne représentent point des taches ou des inégalités réelles à la surface de la Lune. Les considérations qui précèdent, jointes à celles que nous avons eu l'honneur d'exposer antérieurement à l'Académie, expliquent suffisamment la possibilité de ces apparences trompeuses.

» Cependant, en présence d'un document unique, un sélénographe consciencieux ne peut mieux faire que de signaler tous les objets remarquables qu'il croit apercevoir. C'est ainsi qu'a procédé le Dr Weinek, attendant de notre part le contrôle indispensable, et, sachant certainement que toutes ses constatations ne se vérifieraient pas.

» En tout état de choses, les exemples recueillis par lui montrent d'une manière décisive quelle est la richesse des détails des clichés de Paris, et dans quelle mesure ils peuvent contribuer à nous faire mieux connaître la surface de notre satellite. La recherche des objets, presque tous délicats et difficiles, notés par le Dr Weinek, nous a conduits à en apercevoir plusieurs autres, non signalés sur les Cartes. Mais on peut tirer parti de nos clichés à un autre point de vue; l'utilité des photographies sera encore plus manifeste si, au lieu de faire un travail purement statistique, on adopte la méthode descriptive et raisonnée qui a renouvelé l'en-

seignement de la géographie physique. L'énumération d'accidents, pour la plupart à la limite de la visibilité, n'est qu'un des services que l'on peut attendre de l'étude des clichés. Ils sont surtout précieux pour montrer sous leur vrai jour les formations de quelque étendue, pour établir leurs relations mutuelles et leur succession chronologique. Dans une bande assez large, au voisinage du terminateur, nos épreuves traduisent avec une clarté extrême le relief du sol et excluent sans retour une foule d'interprétations erronées auxquelles pouvaient donner lieu les meilleures Cartes.

» Une comparaison attentive de quelques parties de nos clichés avec l'Atlas de Schmidt a montré que de nombreux objets se présentent dans la réalité avec un caractère différent de celui qui leur est donné par l'astronome d'Athènes. Ainsi, les petits cratères situés dans la plaine intérieure de Stœfler occupent, pour la plupart, sur la carte, des positions incorrectes. Stœfler et Fernel ne sont pas séparés par un rempart continu et d'une élévation uniforme; celui-ci est entamé au moins sur la moitié de sa hauteur par une large vallée de communication. La cuvette évasée en forme de fer à cheval que l'on voit au nord de Ptolémée A, se prolonge par deux plis de terrains bien visibles jusqu'à la rencontre de l'hémicycle montagneux qui limite le cirque principal. Le cratère Ptolémée *d*, figuré comme circulaire, est, pour nous, irrégulier et allongé du nord au sud. La portion nord-est du rempart de Ptolémée offre de nombreuses coupures parallèles, dont une seule est représentée. Nous voyons courir, sur le fond plat d'Albatégnius, des traînées blanches omises par Schmidt, et rappelant par leur teinte les étoilements de Copernic et de Tycho. La fine rainure indiquée à l'ouest de Réaumur franchit en réalité ce cirque et se prolonge du côté opposé. Toutes ces remarques portent sur des objets d'une observation facile. On les multiplierait à l'infini si l'on voulait s'attacher aux accidents de faibles dimensions, indiqués conventionnellement par les Cartes et dont les photographies permettent de rétablir le vrai caractère.

» Parmi les traits que nos clichés mettent en évidence, il en est qui paraissent offrir un intérêt spécial au point de vue géologique. La liste des *cratères de sommet*, analogues par leur situation à ceux des volcans terrestres, se trouve accrue de plusieurs objets par les recherches du Dr Weinek. Presque tous sont très petits, et il est à croire que cette catégorie deviendrait beaucoup plus nombreuse si l'on disposait de moyens optiques plus parfaits. Nous en trouvons notamment deux dans le groupe du Caucase.

» Un cas fréquent est celui d'ouvertures parasites créées sur les parties élevées du bourrelet qui environne un cirque plus ancien. Le Dr Weinek

en signale un exemple très net sur le rempart de Walter *b*. Cette circonstance indique, comme l'a fait observer récemment le professeur Suess, que les forces éruptives ont trouvé plus de facilité pour se faire jour dans les régions saillantes que dans les régions déprimées de l'écorce. Les surfaces isothermes suivraient donc toutes les inflexions de la périphérie, et la solidification marcherait aussi vite, ou même davantage, sous les parties déprimées que sous les massifs montagneux. On remarquera l'entière conformité de ces vues avec celles qu'a émises M. Faye au sujet de la consolidation progressive de la croûte terrestre. »

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur une classe étendue d'équations linéaires aux dérivées partielles dont toutes les intégrales sont analytiques*. Note de M. **Émile Picard**.

« 1. J'ai montré antérieurement (*Journal de l'École Polytechnique*, 1890) qu'une équation linéaire aux dérivées partielles du second ordre et à deux variables indépendantes, dont les coefficients sont des fonctions *analytiques* des deux variables réelles x et y, a *toutes ses intégrales analytiques* dans une région du plan (x, y) où les caractéristiques sont imaginaires. On peut généraliser cette proposition en considérant une équation aux dérivées partielles d'ordre quelconque, le nombre des variables étant toujours égal à deux. Soit

$$(1) \qquad a_0 \frac{\partial^n z}{\partial x^n} + a_1 \frac{\partial^n z}{\partial x^{n-1}\partial y} + \ldots + a_{n-1} \frac{\partial^n z}{\partial x \partial y^{n-1}} + a_n \frac{\partial^n z}{\partial y^n} + \ldots = 0,$$

une équation linéaire d'ordre n, où nous mettons en évidence les termes d'ordre n et où les coefficients sont des fonctions analytiques de x et y. Je suppose que, dans une certaine région R du plan (x, y), les caractéristiques soient imaginaires, c'est-à-dire que l'équation en λ

$$a_0\lambda^n - a_1\lambda^{n-1} + a_2\lambda^{n-2} + \ldots + (-1)^n a_n = 0$$

ait toutes ses racines imaginaires (n sera nécessairement pair). On peut établir le théorème suivant :

» *Toute intégrale de l'équation* (1), *bien déterminée et continue ainsi que ses dérivées partielles des n premiers ordres dans une région du plan contenue dans* R, *est nécessairement une fonction analytique de x et y.*

» 2. Je vais indiquer la marche générale de la démonstration en me bornant à $n = 4$. L'extension à n quelconque se fera d'elle-même.

» Quelques remarques préliminaires sont nécessaires. Prenons l'équation (1), pour $n = 4$, et supposons-la homogène, ce qui est évidemment permis.

» Je remarque, en premier lieu, que l'on peut déterminer deux expressions

$$\Delta z = \alpha \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + 2\beta \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} + \gamma \frac{\partial^2 z}{\partial y^2},$$
$$\Delta' z = \alpha' \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + 2\beta' \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} + \gamma' \frac{\partial^2 z}{\partial y^2},$$

les α, β, γ étant réelles avec les inégalités

$$\beta^2 - \alpha\gamma < 0, \quad \beta'^2 - \alpha'\gamma' < 0 \qquad [\text{pour } (x, y) \text{ situé dans R}],$$

de telle sorte que l'équation proposée puisse prendre la forme

$$\Delta' \Delta z - f(z) = 0, \tag{2}$$

$f(z)$ ne renfermant pas de dérivées du quatrième ordre.

» Nous démontrons ensuite qu'*une intégrale continue de l'équation* (2) *est déterminée d'une manière unique quand on se donne sur un contour* C (*situé dans* R) *les valeurs de*

$$z \quad \text{et} \quad \Delta z,$$

pourvu que C *soit suffisamment petit*.

» Quant à la détermination effective de cette intégrale, elle peut se faire en procédant par approximations successives. Il est d'abord facile de voir que l'intégrale de l'équation

$$\Delta' \Delta z = \lambda(x, y),$$

où $\lambda(x, y)$ est une fonction donnée de x et y, est déterminée quand on se donne les valeurs de z et Δz sur un contour et sa recherche peut se faire en appliquant des méthodes que nous avons précédemment développées.

» Ceci posé, on envisagera les équations

$$\Delta' \Delta z_0 = 0,$$
$$\Delta' \Delta z_1 = f(z_0),$$
$$\cdots\cdots\cdots\cdots,$$
$$\Delta' \Delta z_n = f(z_{n-1}).$$

On intègre la première en se donnant les valeurs de z_0 et Δz_0 sur le contour, tandis que pour toutes les autres équations z_i et Δz_i sont nuls sur C. La série

$$z_0 + z_1 + \ldots + z_n + \ldots$$

est convergente, si C est suffisamment petit, et *représente l'intégrale de* (2) *correspondant aux valeurs données de*

$$z \quad \text{et} \quad \Delta z$$

sur le contour C.

» 3. Il est maintenant aisé d'indiquer la marche à suivre pour établir le théorème général énoncé au n° 1. Soit une intégrale z de l'équation (2), bien déterminée et continue ainsi que ses dérivées partielles des quatre premiers ordres dans une certaine région autour d'un point A appartenant à R. En traçant un contour C suffisamment petit autour de A, l'intégrale se trouvera complètement déterminée par ses valeurs et celle de son Δ sur C; on pourra donc en avoir une représentation analytique précisément donnée par la série formée plus haut

$$z_0 + z_1 + \ldots + z_n + \ldots.$$

Chaque terme de cette série est une fonction analytique de x et y dans C, et il est facile de voir qu'ici la série sera elle-même une fonction analytique des variables. *Le théorème est alors établi.*

» Une proposition de la nature de celle qui vient de nous occuper paraît, à première vue, difficile à démontrer, parce qu'on n'a pas immédiatement une représentation de l'intégrale. Des approximations successives convenablement dirigées permettent, comme on vient de le voir, d'obtenir cette représentation et la démonstration devient alors très simple. Une fois assuré de la nature *analytique* des intégrales, on peut en indiquer des représentations de formes très diverses. M. Borel a donné récemment à ce sujet une formule très curieuse et au premier abord paradoxale dans une intéressante Note insérée au *Bulletin des Sciences mathématiques* (juin 1895).

» Nous nous sommes borné à $n = 4$. Il est clair que pour $n = 2p$, on mettra l'équation sous la forme

$$\Delta_1 \Delta_2 \ldots \Delta_p z = f(z),$$

les Δ étant de même forme que plus haut, et $f(z)$ ne contenant pas de dérivées partielles d'ordre n. »

HYDRODYNAMIQUE. — *Lois de l'extinction d'une houle simple en haute mer;* par M. **J. Boussinesq.**

« I. Prenons pour limites de notre volume liquide, à l'époque t (¹), d'une part, deux plans fixes parallèles aux orbites ou normaux aux y, et distants de 1, d'autre part, deux plans encore verticaux, à abscisses x_0, x_1, perpendiculaires aux premiers et comprenant entre eux un nombre exact n de longueurs d'onde 2L ou, par suite, de vagues, assez grand pour que leur hauteur H soit sensiblement moindre près de x_1 que près de x_0. Nous supposerons d'ailleurs ces deux derniers plans menés par les pieds d'ordonnées nulles de la surface libre $z = -h$, c'est-à-dire justement, l'un, $x = x_0$, à la queue de la $n^{\text{ième}}$ vague interceptée, l'autre, $x = x_1$, à la tête de la première.

» Sur les deux plans $y =$ const. parallèles aux orbites et où les pressions sont normales par raison de symétrie, il n'y aura évidemment pas de travail extérieur. Quant aux deux autres plans $x = x_0$ et $x = x_1$, les vitesses qu'on y observe et les pressions qui s'y exercent sont presque exactement celles qui, conformément aux lois de Gerstner, correspondent aux u, v, w dérivant du potentiel φ des vitesses donné par la formule (15) de mon précédent Mémoire, savoir, après différentiation en t et substitution des coordonnées actuelles aux coordonnées centrales, ainsi que de $H\omega$ à C,

$$(7) \qquad \varphi = H\omega e^{-\frac{gz}{\omega^2}} \sin\frac{g(x-\omega t)}{\omega^2} = H\omega e^{-\pi\frac{z}{L}} \sin\left(\pi\frac{x}{L} - \pi\frac{t}{T}\right).$$

» Or, aux points $x = x_0$, $x = x_1$, considérés à l'époque t, la dérivée de φ par rapport au temps, égale à $-gh$ à la surface libre d'après la première formule (11) du même Mémoire, est nulle; et il y vient, d'après (7), non seulement $v = 0$, mais encore $u = 0$ quel que soit z. Donc, aussi la dérivée de u en z, et la dérivée égale de w en x, sont nulles sur les deux plans $x = x_0$, $x = x_1$. Autrement dit, d'une part, le mouvement y est presque vertical; et la partie principale P de la pression horizontale $P - \mathfrak{H}_x$, de l'ordre de petitesse de $\rho g\zeta$ ou, tout au moins, de $\rho g w T$, n'y a pendant l'instant dt, à chaque niveau z et par unité d'aire, qu'un travail (au plus comparable à $\rho g w T u\, dt$) très petit à côté de $\rho g T w^2\, dt = \pi\rho w^2 \omega\, dt$, c'est-

(¹) Voir le précédent *Compte rendu*, p. 1381.

à-dire devant la demi-force vive d'une longueur de fluide $\omega\,dt$ située au même niveau. Ainsi, la portion de $d\mathrm{T}_e$ due aux parties principales P de pression, ne donnera, en l'intégrant durant toute une période $2\mathrm{T}$, presque rien par rapport à l'énergie d'une seule vague (¹). D'autre part, on voit que l'expression (2) du petit frottement vertical $\mathfrak{E}_y$ s'annule sensiblement pour $x = x_0$, $x = x_1$; et, par suite, ce frottement a un travail très inférieur au produit, partout ailleurs, de $\mathfrak{E}_y$ par le déplacement vertical $w\,dt$ ou par $\frac{dw}{dx}\mathrm{L}\,dt$, produit de l'ordre de $\frac{dt}{\varepsilon}\mathfrak{E}_y^2\mathrm{L}$, c'est-à-dire de l'ordre d'une portion du dernier terme de (6) considéré sur une demi-longueur de vague. Et il en est de même du travail $-\mathfrak{X}_x u\,dt$, négligé jusqu'ici, de la petite partie $-\mathfrak{X}_x$ des pressions horizontales, qui serait, ailleurs qu'à la tête ou à la queue des vagues, de l'ordre de $\mathfrak{X}_x\frac{du}{dx}\mathrm{L}\,dt = \frac{dt}{2\varepsilon}\mathfrak{X}_x^2\mathrm{L}$, ou de l'ordre d'une autre partie du même dernier terme de (6) considéré encore sur la demi-longueur d'une onde, mais qui sera, en réalité, bien moindre, à cause du facteur u sensiblement nul à la tête et à la queue des vagues.

» En résumé, le second membre de (6) est réductible à son dernier terme; car nous venons de voir que l'on peut y faire $d\mathrm{T}_e = 0$, à la condition pourtant, quand on intégrera pour toute une période $2\mathrm{T}$, d'ajouter au résultat une correction négligeable devant l'énergie d'une vague.

» II. Avant d'aller plus loin, cherchons au moyen de (7) les expressions approchées des deux énergies potentielle et actuelle.

» Et, d'abord, la dénivellation h étant sensiblement proportionnelle au cosinus d'un arc fonction linéaire de l'abscisse x, la valeur moyenne de son carré, sur une longueur d'une demi-onde, sera la moitié des maxima H^2 de celui-ci; et l'on aura $\frac{1}{4}\rho g\mathrm{H}^2$ pour l'énergie potentielle moyenne de pesanteur par unité de la surface σ.

» D'autre part, la demi-force vive effective de chaque molécule égalant, d'après une loi de Gerstner, le travail que donnerait son poids si elle passait du centre de son orbite à sa situation de repos, l'énergie actuelle de chaque colonne fluide verticale égale la valeur moyenne des énergies po-

(¹) Cela suffira pour la démonstration; mais il est bon d'observer que ce travail est encore réduit par le double fait de l'annulation très approchée de P (d'après une loi de Gerstner) sur toute l'étendue des sections $x = x_0$, $x = x_1$ où la dénivellation h s'annule elle-même, et des signes contraires que prennent les travaux des pressions P sur les deux faces *opposées* $x = x_0$, $x = x_1$, à cause de la parité de sens des déplacements qui s'y observent, concurremment avec le renversement de sens des pressions.

tentielles de pesanteur de toutes les colonnes analogues composant une vague. Ainsi, l'énergie actuelle est $\frac{1}{4}\rho g H^2$ sous chaque unité d'aire de la surface libre. Et, en effet, le calcul direct de cette demi-force vive

$$\int \tfrac{1}{2}\rho(u^2 + w^2)\,dz,$$

entre les limites du fluide ou, sensiblement, de $z = 0$ à $z = \infty$, donne bien $\frac{1}{4}\rho g H^2$, quand on y substitue à u et à w les dérivées en x et z du potentiel (7).

» L'énergie totale d'une vague, de longueur $2L$, sera donc

$$\tfrac{1}{2}\rho g H^2 (2L) = \rho g L H^2,$$

et, en la désignant par $\mathcal{E}$, nous aurons

$$\mathcal{E} = \rho g L H^2. \tag{8}$$

» Enfin, le second membre de (6), réduit à son dernier terme devenu simplement

$$-\varepsilon\,dt \int_\varpi \left[2\left(\frac{du^2}{dx^2} + \frac{dw^2}{dz^2}\right) + \left(\frac{dw}{dx} + \frac{du}{dz}\right)^2\right] d\varpi = -\,dt\,\frac{4\varepsilon g^4}{\omega^6}\int_\varpi H^2 e^{-\frac{2gz}{\omega^2}}\,d\varpi,$$

est, par unité de l'aire σ, en faisant $d\varpi = dz$ et intégrant de zéro à l'infini, $-2\varepsilon\,dt\,\frac{g^3 H^2}{\omega^4}$.

» Il aura donc comme valeur totale, si l'on élimine finalement H^2 par (8) et si l'on observe alors que le quotient de g par ω^2 égale celui de π par L,

$$-\frac{2\varepsilon g^3}{\omega^4}\,dt\int_{x_0}^{x_1} H^2\,dx = -\frac{2\pi^2\varepsilon}{\rho L^3}\left(\int_{x_0}^{x_1}\mathcal{E}\,dx\right)dt. \tag{9}$$

» III. Afin que notre volume fluide, considéré à l'époque $t + dt$, comprenne exactement n vagues entières comme à l'époque t, complétons-le, du côté de sa face $x = x_1$, par une tranche fluide d'épaisseur $\omega\,dt$, ou ajoutons-y le volume *étranger* envahi par la première de ces vagues durant l'instant dt, sans que d'ailleurs les particules de cette face $x = x_1$ aient avancé sensiblement (puisque les vitesses y sont à très peu près verticales); et retranchons-en de même, sur la face $x = x_0$, la tranche égale délaissée par la $n^{\text{ième}}$ vague. Chacune de ces tranches possède une énergie actuelle, égale, d'après le calcul précédent, à $\frac{1}{4}\rho g H^2 \omega\,dt = \frac{1}{4}\mathcal{E}\,\frac{\omega\,dt}{L}$, H y

étant pris, soit pour $x = x_1$, soit pour $x = x_0$; mais elle est sans énergie potentielle sensible $\frac{1}{2}\rho g h^2 \omega\, dt$, puisque la dénivellation h s'annule aux extrémités des vagues.

» Si donc $\mathcal{E}_1$, $\mathcal{E}_0$ désignent respectivement l'énergie totale d'une vague aux limites x_1, x_0, les deux masses fluides envahie et délaissée durant l'instant dt par le groupe de n vagues que l'on considère, ajouteront au second membre de (6), c'est-à-dire à l'expression (9), pour en faire l'accroissement d'énergie des n vagues *suivies dans leur propagation* durant l'instant dt, l'excédent $\frac{1}{4}(\mathcal{E}_1 - \mathcal{E}_0)\frac{\omega\, dt}{L}$.

» Intégrons enfin cet accroissement total pour une période 2T donnant $\int \omega\, dt = 2L$, et observons que, durant un espace de temps aussi court, toute vague suivie dans son mouvement conserve, à très peu près, sa forme et son énergie, en sorte que $\int \mathcal{E}\, dx$, dans (9) et $\mathcal{E}_0$, $\mathcal{E}_1$ restent constants. De plus, au bout de ce temps 2T, chaque vague s'est substituée à celle qui la précédait : la première du groupe est devenue l'onde, d'énergie $\mathcal{E}_1$, qui était contiguë extérieurement au plan $x = x_1$, et le groupe a perdu sa dernière onde d'énergie $\mathcal{E}_0$, toutes les ondes intermédiaires se trouvant d'ailleurs remplacées identiquement. La variation totale d'énergie du groupe est donc $\mathcal{E}_1 - \mathcal{E}_0$, ou, sous une autre forme, l'intégrale de $d\mathcal{E}$ en x, prise de $x = x_0$ à $x = x_1$. Par hypothèse, elle se trouve comparable à $\mathcal{E}_0$ ou à $\mathcal{E}_1$, puisqu'on a choisi l'intervalle $x_1 - x_0$ assez grand pour que l'énergie $\mathcal{E}$ y varie d'une fraction sensible de sa valeur; et elle est, en conséquence, beaucoup plus grande que le terme de $\int d\mathrm{T}_e$ négligé plus haut. La suppression de ce terme est donc justifiée. Dès lors, il vient

$$(10) \qquad \mathcal{E}_1 - \mathcal{E}_0 = \tfrac{1}{2}(\mathcal{E}_1 - \mathcal{E}_0) - \frac{4\pi^2 \varepsilon}{\rho L^2 \omega}\int_{x_0}^{x_1} \mathcal{E}\, dx.$$

» On voit que la perte d'énergie, $\mathcal{E}_0 - \mathcal{E}_1$, du système *à matière changeante* des n ondes suivies dans leur mouvement durant le temps d'une période, n'est due que pour moitié au travail des frottements; l'autre moitié, exprimée au signe près par le premier terme du second membre, provient de ce que l'énergie emportée à l'arrière du système par la matière qu'il délaisse n'est pas compensée par celle de la matière qu'il envahit à l'avant.

» IV. Multiplions par 2 l'équation (10) et transposons tous les termes du second membre. Le résultat obtenu pourra évidemment s'écrire

$$(11) \qquad \int_{x_0}^{x_1} \left(\frac{d\mathcal{E}}{dx} + \frac{8\pi^2 \varepsilon}{\rho L^2 \omega}\mathcal{E}\right) dx = 0.$$

» Or, dans cette dernière formule, la fonction sous le signe f varie très lentement et très graduellement avec x; de sorte que l'annulation de l'intégrale dans tout intervalle multiple un peu grand de 2L entraîne son annulation identique et celle de sa différentielle. Il vient donc l'équation cherchée du problème,

$$\frac{d\mathcal{E}}{dx} + \frac{8\pi^2\varepsilon}{\rho L^2\omega}\mathcal{E} = 0; \tag{12}$$

et celle-ci donne immédiatement

$$\mathcal{E} = \mathcal{E}_0 e^{-\frac{8\pi^2\varepsilon x}{\rho L^3\omega}}, \tag{13}$$

où $\mathcal{E}_0$ désigne, ici, la valeur initiale de l'énergie d'une vague (¹).

V. Si l'on introduit enfin au lieu de l'énergie $\mathcal{E}$, d'après (8), la quantité sensiblement proportionnelle H^2, c'est-à-dire le carré de la demi-hauteur H des vagues, il vient, après extraction de racines carrées, en appelant H_0 cette demi-hauteur pour $x = 0$, c'est-à-dire dès la sortie de la région où naissent les ondes, et α le *coefficient d'extinction* de la houle *avec la distance*,

$$H = H_0 e^{-\alpha x}, \qquad \text{où} \qquad \alpha = \frac{4\pi^2\varepsilon}{\rho L^2\omega} = 4\pi^2\sqrt{\pi}\,\frac{\varepsilon}{\rho g}\,\frac{\sqrt{g}}{L^2\sqrt{L}} = \frac{4\pi^5}{g^2}\,\frac{\varepsilon}{\rho g}\,\frac{1}{T^5}. \tag{14}$$

» *Le coefficient d'extinction (avec la distance) d'une houle simple est donc inversement proportionnel à la cinquième puissance de sa demi-période* T *ou à la puissance* $\frac{5}{2}$ *de la longueur* 2L *de ses vagues.*

» Les expériences de Poiseuille sur l'écoulement dans les tubes fins ont donné pour l'eau (douce), à la température de 10° C., $\frac{\varepsilon}{\rho g} = 0{,}0000001336$, les unités de longueur et de temps étant le mètre et la seconde (²). En faisant d'ailleurs $g = 9{,}81$, il vient

$$\alpha = \frac{0{,}00002928}{L^2\sqrt{L}} = \frac{0{,}00001699}{T^5}. \tag{15}$$ »

(¹) On peut voir déjà cette formule, et le principe de la méthode suivie ici, dans les *Additions* à mon *Essai sur la théorie des eaux courantes* (*Savants étrangers*, t. XXIV, p. 53).

(²) Pour l'eau salée, le rapport $\frac{\varepsilon}{\rho g}$ serait un peu plus grand, et il y aurait lieu, par suite, d'accroître légèrement les numérateurs dans les expressions (15) de α.

CHIMIE ANALYTIQUE. — *Sur le dosage de faibles quantités d'arsenic;* par M. **Ad. Carnot.**

« On possède déjà de nombreuses méthodes de dosage de l'arsenic; mais ces méthodes, si elles conviennent pour des proportions élevées, laissent fort à désirer pour de faibles quantités d'arsenic. Or il importe, dans un certain nombre de cas, de pouvoir déterminer celles-ci avec exactitude. On sait, par exemple, que divers métaux, le cuivre, le fer, le nickel, etc. perdent en partie leurs qualités industrielles, dès que la proportion d'arsenic, qu'ils renferment, atteint un millième. Une grande précision est également nécessaire pour le dosage de l'arsenic dans les eaux minérales, où il joue parfois un rôle des plus importants, bien que sa proportion ne dépasse presque jamais quelques dixièmes de milligramme par litre.

» La méthode que je vais exposer consiste à précipiter l'arsenic à l'état de sulfure, puis à transformer celui-ci par l'ammoniaque, le nitrate d'argent et l'eau oxygénée en acide arsénique, qui est lui-même dosé ensuite sous forme d'arséniate de bismuth, composé bien insoluble dans l'acide azotique étendu et dont le poids est près de cinq fois égal à celui de l'élément à doser.

» La première opération est presque toujours le complément nécessaire du traitement destiné à isoler l'arsenic des autres substances. Suivant les cas, la précipitation de l'arsenic s'effectue, soit par l'action de l'hydrogène sulfuré sur une solution acide où il était à l'état d'acide arsénieux ou d'acide arsénique, soit par la décomposition, au moyen d'un acide, d'une solution où il se trouvait à l'état de sulfosel. En conséquence, le précipité se compose de trisulfure ou de pentasulfure d'arsenic, mêlé d'une quantité plus ou moins importante de soufre libre.

» Le mélange, après avoir été bien lavé, est traité par de l'eau ammoniacale chaude; celle-ci dissout aisément le sulfure d'arsenic en laissant sur le filtre presque tout le soufre libre; le surplus sera précipité par l'opération suivante : On verse dans la solution une suffisante quantité de nitrate d'argent qui donne lieu à la production de sulfure d'argent et, en même temps, d'arsénite ou d'arséniate d'ammoniaque, suivant que le précipité contenait du trisulfure ou du pentasulfure d'arsenic. Pour le trisulfure, par exemple, la transformation est représentée par l'équation suivante :

$$As^2S^3 + 3Ag^2O.Az^2O^5 = 3Ag^2S + As^2O^3 + 3Az^2O^5.$$

» On chauffe en agitant pendant quelques minutes pour rassembler le précipité de sulfure et l'on s'assure que la liqueur n'est plus troublée par une nouvelle addition de sel d'argent. On ajoute alors quelques gouttes d'eau oxygénée pure (ou du moins ne contenant pas d'autre acide que l'acide chlorhydrique) qui est sans action sur le sulfure d'argent, mais qui transforme aussitôt, en présence d'un excès d'ammoniaque, l'acide arsénieux en acide arsénique.

» On chauffe de nouveau vers 100° jusqu'à ce que l'odeur d'ammoniaque ait entièrement disparu; puis on ajoute quelques gouttes d'acide nitrique, de manière à acidifier faiblement la liqueur. On redissout ainsi tout l'arséniate d'argent, qui a pu se déposer par suite de l'expulsion de l'ammoniaque (¹) et l'on précipite à l'état de chlorure d'argent la totalité du chlore, qui peut provenir ou d'un lavage imparfait du sulfure d'arsenic au début ou de l'impureté de l'eau oxygénée que l'on a employée.

» On sépare sur un filtre les précipités réunis de sulfure et de chlorure d'argent et, après lavage, on verse dans la liqueur filtrée une solution azotique de sous-nitrate de bismuth, contenant au moins cinq ou six fois autant de ce réactif qu'il peut y avoir d'arsenic dans la matière à analyser.

» On sature par l'ammoniaque et l'on fait bouillir quelques minutes, puis on laisse déposer le précipité blanc formé d'hydrate et d'arséniate de bismuth; on décante la liqueur sur un petit filtre taré à l'avance; puis on redissout le précipité sur le filtre et dans la fiole par de l'eau contenant $\frac{1}{15}$ de son volume d'acide azotique à 36° B. ($d = 1{,}33$) et l'on fait bouillir. Ce degré de dilution est celui qui convient le mieux ici pour dissoudre peu à peu l'hydrate de bismuth et pour laisser l'arséniate complètement insoluble. Il se forme un précipité lourd, cristallin, qu'on recueille sur le petit filtre taré et qu'on lave à l'eau acidulée au $\frac{1}{15}$, puis à l'eau pure. On sèche à 110° et l'on pèse.

» L'analyse du précipité a conduit à la formule

$$As^2O^5.Bi^2O^3 + H^2O.$$

Il contient donc, pour 100 : 21,067 d'arsenic ou 32,303 d'acide arsénique.

(¹) Le dépôt rouge brique d'arséniate d'argent est bien visible, si l'on a éliminé le sulfure d'argent par filtration. J'ai essayé de m'en servir pour le dosage de l'argent; mais je n'ai pas trouvé là un procédé de dosage sûr, à cause de la grande solubilité de l'arséniate d'argent dans toute liqueur acide ou ammoniacale et même dans le nitrate d'ammoniaque.

» On doit peser le précipité séché et non calciné, à cause des pertes qui se produiraient au rouge sous l'action réductive du papier.

» Une série d'essais ont été faits pour vérifier l'exactitude de la méthode, en l'appliquant spécialement à de petites quantités d'arsenic. On a dissous dans 1^{lit} d'eau $1^{gr},20$ d'arséniate de soude, où un dosage direct avait donné $0^{gr},2976$ d'arsenic; puis on a opéré chaque fois sur 10^{cc} de la solution, qui devait contenir $0^{gr},002976$. L'arsenic a été transformé en sulfosel, puis en sulfure et enfin en arséniate de bismuth, comme il vient d'être dit. La moyenne de vingt dosages a donné $0^{gr},00299$ d'arsenic, les plus grands écarts en plus ou en moins n'atteignant pas $0^{mg},20$ et presque tous les autres restant inférieurs à $0^{mg},05$. On peut donc dire que cette méthode est véritablement très sûre et très précise. »

BOTANIQUE. — *Truffes* (Terfâs) *du Maroc et de Sardaigne;* par M. **Ad. Chatin**.

« La présente Note a pour objet de faire connaître des Truffes (groupe des *Terfâs*) qui m'ont été adressées du Maroc et de la Sardaigne : les premières, par d'obligeants compatriotes, MM. J. Goffart et Mellerio, en résidence dans la Régence; les secondes, par MM. Laurent, consul de France à Cagliari, et Lovisato, doyen de la Faculté des Sciences de cette ville, en réponse à une demande de M. Bompard, Directeur des Consulats et Affaires commerciales au Ministère des Affaires étrangères.

» *Truffes du Maroc.* — M. le Consul général de France à Tanger, répondant l'an dernier à une demande de M. Hanotaux, alors encore Directeur des Consulats, écrivait que, d'après tous les renseignements recueillis, il n'existait pas de Truffes dans la Régence.

» Je crus devoir faire sur ce point toutes réserves, à l'occasion d'une Note (1) *Sur les Truffes de Tunis et de Tripoli*.

» Les envois successifs qui viennent de m'être faits de Truffes récoltées sur plusieurs points du Maroc justifient bien mes réserves.

» En effet, dès le 22 février, toute première saison des Terfâs, M. Goffart, de résidence habituelle au Maroc, m'adressait quelques tubercules récoltés par lui-même tout près de Tanger. L'envoi qui me parvint, voie

(1) A. Chatin, *Comptes rendus*, t. CXIX, p. 485.

de la poste, en état de parfaite fraîcheur, était accompagné du billet suivant :

» Sachant que M. Chatin a pris dernièrement beaucoup d'intérêt aux Truffes africaines, j'espère lui être agréable en lui en faisant passer quelques-unes que j'ai récoltées dernièrement à Arzita; elles partent par le même courrier.

» Comme qualités comestibles, je les trouve assez ordinaires, bien que très estimées par les Israélites indigènes qui les mangent comme des pommes de terre. Les Arabes les nomment *Trelfa*.

» S'il pouvait lui être utile en quoi que ce soit, à lui et à tous les hommes de science, il se tient entièrement à leur disposition : Jules Goffart, Tanger, 28/2 95.

» Le 25 mars, puis le 12 avril, M. J. Goffart me faisait de nouveaux envois de tubercules plus complètement mûrs que les premiers; de la terre et des spécimens de la plante nourricière faisaient partie du dernier envoi.

» Les tubercules avaient les caractères suivants :

» Tubercules de forme régulière, ronds ou ovoïdes, sans trace du pied mycélifère généralement très développé dans les *Tirmania* et la plupart des *Terfezia*. Sous ce rapport, le Terfâs de Tanger touche à nos *Tuber* de Périgord, etc.

» Périderme de couleur bistre, à surface unie, sur laquelle adhère intimement un très fin limon, comme agglutiné à elle par une certaine humidité et que parcourent de ténus filaments mycéliens.

» C'est là encore une analogie spéciale avec nos *Tuber*, analogie qui peut s'expliquer par la situation, complètement hypogée, tant du Terfâs de Tanger que de nos Truffes.

» La chair, blanche avant la maturité, puis d'un gris jaunâtre et marbrée, a une odeur et une saveur faibles, toutefois assez agréables; elle est de consistance ferme, mais se ramollit ou blettit assez vite.

» Les sporanges sont arrondis, à huit spores et munis d'un court caudicule.

» Les spores, faiblement colorées à la maturité, sont rondes, hérissées d'aiguillons longs, pointus, assez inégaux et parfois un peu flexueux; leur diamètre (sans les aiguillons) est de $0^{mm},25$.

» Par ses spores arrondies, le Terfâs de Tanger s'éloigne des *Tirmania* aux spores elliptiques et prend rang dans le genre *Terfezia;* je le dénomme *Terfezia Goffartii,* comme témoignage de ma reconnaissance et de celle de la Science envers M. Jules Goffart, qui a eu la grande obligeance de le mettre si gracieusement à ma disposition.

» Le *Terfezia Goffartii* est une espèce botanique bien caractérisée : par ses tubercules sans pied, par son périderme de couleur bistre, sa chair assez colorée, surtout par le diamètre des spores et la forme de leurs aiguillons.

» Un petit *Terfezia* des sables qui bordent les pinières de la Gironde, le *Terfezia leptoderma*, est, de toutes les espèces, celle qui se rapproche le plus du *Terfezia Goffartii*. Toutefois, elle s'en distingue nettement par le diamètre ($0^{mm},20$), moindre de ses spores, par les papilles plus régulières, plus courtes et d'ordinaire plus pointues, ainsi que par la chair plus blanche et sa petitesse ($0^{cm},10$ à $1^{cm},5$).

» Un autre *Terfezia*, le *T. Metaxasi* ou Kamé noir, qui me fut envoyé de Damas avec le Kamé blanc (*T. Hafizi*), n'est pas sans rapports avec le *Goffartii*, mais ses grosses spores (de $0^{mm},30$ à $0^{mm},32$) suffiraient à l'en distinguer, sans compter la chair blanche, l'existence d'un pied, etc.

» Aux tubercules M. Goffart avait joint des fragments de la plante nourrice.

» Le 15 avril, peu après le troisième envoi de M. Goffart, je recevais de M. Alphonse Mellerio, Membre de la Société botanique de France, qui passe les hivers au Maroc pour raison de santé, quelques tubercules et la lettre suivante :

Casablanca (Maroc), 9 avril 1895.

» J'ai l'honneur de vous envoyer un échantillon de Truffes récoltées aux environs de Casablanca. Des Truffes sont aussi récoltées à Rabat et à Larache, situés à 80^{km} et à 230^{km} de Casablanca.

» A Casablanca, où elle n'est pas très abondante, la récolte peut être de 400 à 800^{kg}; à Larache, elle est de 1000 à 2000^{kg}; Rabat tient le milieu entre Casablanca et Larache.

» La récolte a lieu de fin mars à fin mai.

» Le volume des tubercules varie entre une noix et une grosse pomme de terre. Les indigènes leur donnent le nom de *Terfâs*. »

» Bien caractérisés par le diamètre ($0^{mm},22$ à $0^{mm},26$) des spores et surtout par les grosses papilles carrément tronquées de celles-ci, les tubercules de Casablanca doivent être rapportés au *Terfezia Leonis*.

» Toutefois, assez dissidents du type par leur forme arrondie au lieu d'être figuiforme ou pyriforme, par le pied peu développé et la chair plutôt bistre que rose, le Terfâs de Casablanca peut être considéré comme constituant une variété du *Terfezia Leonis* que je ne saurais mieux dénommer que *Terfezia Leonis Mellerionis* en signe de ma gratitude pour l'aimable confrère de la Société botanique qui m'en a fait l'envoi.

» Comme l'a reconnu M. Mellerio, la plante nourricière est l'*Helianthemum guttatum* déjà signalé comme nourrice des Terfâs à Smyrne, au Maroc, en Algérie et en Sardaigne.

» Quant à la nourrice du *Terfezia Goffartii*, ce serait, autant qu'on a pu l'apprécier par les fragments reçus, un *Erodium*.

» L'analyse de la terre des terfazières fera partie d'un travail d'ensemble.

» *Truffe de Sardaigne*. — Des consuls de France de la zone méditerranéenne orientale auxquels M. Bompard, Directeur actuel des Consulats au Ministère des Affaires étrangères, avait bien voulu demander pour mes études des spécimens des Truffes (Terfâs) blanches de printemps pouvant exister dans leur région, ceux de Naples, de Messine, de Cadix et de Séville ont déclaré, comme l'avaient fait un an auparavant, répondant à M. Hanotaux, les représentants de la France à Tanger et à Athènes, qu'il n'y existe pas de Truffes (1).

» Mieux renseigné a été M. Laurent, notre consul à Cagliari.

» Voici en effet ce que m'écrit M. Bompard :

» J'ai l'honneur de vous transmettre ci-joint une Note contenant les renseignements recueillis par le consul de France à Cagliari au sujet des Truffes blanches de printemps récoltées en Sardaigne. M. Laurent m'a également fait parvenir une boîte renfermant les spécimens des tubercules dont il s'agit. Cette boîte est jointe à la présente dépêche. Les consuls à Bari et à Sassari (2) font savoir que la Truffe blanche de printemps n'existe pas dans leur résidence.

» Voici les renseignements fournis par M. le Consul :

» La Truffe blanche de Sardaigne [en sarde Tunera (3)], se trouve dans les sables qui bordent les cours d'eau. Elle est assez rare et peu répandue dans l'alimentation; ce sont toujours les porcs qui en décèlent l'existence.

» La personne qui m'a fait ce premier envoi a négligé de prendre des échantillons de terre et de la plante nourricière, suivant le désir de M. Chatin.

» M. Lovisato, Directeur de la Faculté des Sciences mathématiques, physiques et naturelles de l'Université de Cagliari, mettra à ma disposition de nouveaux échantillons en y joignant les renseignements que l'on possède sur ces tubercules....

---

(1) Cependant, la Truffe blanche de printemps croît dans l'Espagne du Sud, où on la nomme *turmera,* dans des champs de cistes connus sous le nom de *turmérières,* et elle a été envoyée en 1843 de Naples à Tulasne par Gasparini, qui la signale en Sicile, près Callagirone.

(2) Aussi Tavera de Arena.

(3) En Espagne, Turnera et Turmera.

» Et dès le 28 mai, M. le Directeur des Consulats m'écrivait ;

» J'ai l'honneur de vous transmettre ci-joint, pour faire suite à mes précédentes Communications, un certain nombre de Truffes de Sardaigne, provenant d'une localité voisine de Mores, province de *Sassari*.

» Ces tubercules, très rares dans le pays, et à peine connus dans l'alimentation, sont accompagnés d'une certaine quantité du sable argileux dans lequel ils prennent naissance, ainsi que d'un spécimen de la plante considérée par les gens du pays comme nourricière des Truffes et qui, suivant M. Lovisato, Directeur de la Faculté des Sciences de l'Université de Cagliari, ne serait qu'une variété de l'*Helianthemum guttatum*.

» Comme ceux du premier envoi, provenant des environs de Cagliari, les tubercules de Mores, province de Sassari, appartiennent au *Terfezia Leonis*, espèce au développement de laquelle l'année a été tout spécialement favorable, à en juger par les envois qui m'en ont été faits des points les plus divers (Maroc, Algérie, Smyrne).

» La plante nourricière est bien l'*Helianthemum guttatum*, ainsi que le dit M. Lovisato.

» Du poids de 15 à 40^{gr}, pyriformes ou presque ronds, les tubercules de Sardaigne ont un périderme brunâtre, la chair ferme et d'un bistre rosé, avec marbrures plus claires, d'odeur et saveur faibles.

» Les sporanges contiennent de 8 à 6 spores rondes, couvertes de ces grosses et courtes papilles, en forme de dents d'engrenage, si caractéristiques du *Terfezia Leonis*.

» Je rappelle que Tulasne, qui dénomma cette espèce, l'avait reçue de Sardaigne, où il la dit commune. On a vu que M. Lovisato la tient pour rare. Cette contradiction s'explique par ce fait que rareté ou abondance, petits ou gros tubercules correspondent, dans le premier cas, aux années sèches, dans le second aux années pluvieuses (1). »

PHYSIOLOGIE EXPÉRIMENTALE. — *Comparaison de l'échauffement qu'éprouvent les muscles dans les cas de travail positif et de travail négatif;* par M. **A. Chauveau.**

« L'ouvrage que j'ai consacré à l'étude de l'énergie mise en jeu dans le travail musculaire (2) contient une partie très incomplète, celle qui traite

---

(1) Le *Terfezia Leonis* forme, comme les *Terfezia Boudieri, Claveryi*, etc., un mets agréable en omelette et dans les ragoûts.

(2) *Le travail musculaire et l'énergie qu'il représente*. Paris, Asselin et Houzeau ; 1891.

du travail négatif. Je ne possédais pas, en effet, au moment de la rédaction de cette partie, toutes les données expérimentales nécessaires à une comparaison suffisamment exacte de la somme d'énergie dépensée dans le travail positif et le travail négatif correspondant.

» Or, c'est là un point qui importe essentiellement à la vérification des propositions par lesquelles j'ai formulé ma théorie générale du travail musculaire, considéré au point de vue de l'énergétique. J'ai démontré, en effet : 1° que ce travail, pendant la *contraction statique*, consiste dans une création d'élasticité dont la valeur est proportionnelle au degré de raccourcissement du muscle et à la charge qu'il supporte ; 2° que l'énergie mobilisée dans l'effort du muscle est exactement proportionnelle également à la charge supportée et au degré de raccourcissement musculaire. J'ai admis, en outre, qu'il en est de même pendant la *contraction dynamique*, consacrée au soulèvement ou à l'abaissement d'un poids. En effet, l'équilibration de la charge par la résistance du muscle, *pendant la montée* ou *pendant la descente*, nécessite une création d'élasticité musculaire et une mobilisation d'énergie qu'on peut supposer *a priori* obéir aux mêmes lois que dans le cas de contraction statique. Mais cette assimilation, parfaitement légitime *en soi*, c'est-à-dire en ce qui concerne proprement l'équilibration du poids dans toutes les positions successives qu'il prend, pendant le mouvement uniforme de montée ou de descente, n'est-elle pas influencée par l'élément additionnel que le déplacement même du poids introduit dans l'acte de la contraction musculaire ?

» Dans la discussion de mon sujet, je n'ai pas tenu compte de cet élément nouveau, faute d'être suffisamment renseigné par les faits sur le problème d'énergétique qu'il contient, c'est-à-dire sur la comparaison de l'énergie mise en jeu dans les cas de soulèvement et d'abaissement des charges. Le moment est venu de reprendre cette comparaison. Non pas que j'ai pu la faire aussi exactement que je le désirais : c'est toujours avec la méthode imparfaite de l'échauffement, apprécié par les mesures thermométriques, que j'ai dû déterminer les modifications qui surviennent dans la dépense énergétique. J'ai pu toutefois me procurer des renseignements expérimentaux assez sûrs pour être en mesure de faire, sans aucune hésitation, les rectifications que l'intervention du travail mécanique créé ou détruit est propre à introduire dans mes propositions théoriques.

» *Comparaison de l'échauffement du muscle biceps dans les cas de travail positif et de travail négatif correspondant.* — Le travail négatif détermine toujours moins d'échauffement dans le muscle biceps que le travail positif :

telle a été la conclusion des nombreuses expériences que j'ai faites en 1890. Je n'ai publié que les résultats de celles qui avaient été exécutées sur un sujet qui soulevait ou abaissait un poids de 4^{kg}, l'articulation du coude se fermant ou s'ouvrant angulairement de 60°, chaque mouvement ayant une durée d'une minute.

» Je reproduis ici les chiffres moyens obtenus dans cette série d'expériences, pour la valeur de l'échauffement :

Pendant le soulèvement (travail positif).....	0°,108
Pendant l'abaissement (travail négatif).....	0°,095 (1)

» Les expériences avaient été nombreuses : 21. Dans aucune l'échauffement ne s'est montré, pendant le travail négatif, plus fort ou même seulement aussi fort que pendant le travail positif. Elles se sont donc prononcées unanimement dans le même sens. J'ajoute, d'après le collationnement nouveau que je viens d'en faire, que l'écart entre les deux nombres moyens ci-dessus est certainement inférieur à la réalité. Je constate, en effet, qu'il est entré dans le calcul de ces nombres moyens quelques expériences qui auraient dû en être exclues, parce que les deux mouvements comparés n'avaient pas été exécutés dans des conditions absolument identiques. Pour la plupart de ces expériences, un peu défectueuses, la colonne des observations indique, en effet, que le travail négatif a manqué de régularité; il avait été plus prolongé dans les phases où le raccourcissement, plus prononcé, exige plus d'énergie et détermine ainsi un échauffement plus considérable.

» *Deuxième série d'expériences sur la comparaison de l'échauffement du biceps dans le cas de travail positif et de travail négatif correspondant.* — Le sujet sur qui ces expériences ont été faites soulevait ou abaissait, dans les mêmes conditions et de la même manière que ci-dessus, un poids de 5^{kg}. Il y eût neuf expériences couplées, accomplies aussi régulièrement que possible. Dans toutes encore, l'échauffement correspondant au travail négatif fut moindre que celui du travail positif; de plus, l'écart se montra plus considérable que dans la première série :

Échauffement moyen produit par le travail positif.....	0°,121
» » produit par le travail négatif	0°,093

(1) Ces chiffres figurent à la page 169 de mon livre. Je dois faire remarquer que Fick (*Archiv. f. d. Ges. Physiol.* Bd. 51), dans la critique expérimentale à laquelle il a soumis mes recherches, les a discutées sans tenir compte de cette importante série d'expériences.

» Ainsi, tandis que les expériences de la première série donnaient dans le travail négatif les 0,88 de la chaleur fournie par le travail positif, la proportion dans la série actuelle descendait à 0,77. Le fait de l'échauffement moindre, en cas de travail négatif, s'y était donc manifesté d'une manière absolument indiscutable. Je n'en suis pas moins resté dans un certain état de défiance à l'égard de la valeur de ces expériences sur le biceps de l'homme, à cause de la somme minime de travail mécanique qui y est effectué. Aussi attendais-je, avant de me prononcer définitivement, l'exécution des expériences nouvelles dont j'ai donné le programme dans mon Livre (p. 193 à 201), expériences à l'aide desquelles on devait déterminer la différence d'échauffement qui peut résulter du travail positif et du travail négatif, accomplis par un sujet qui élève ou abaisse son propre poids, en montant un escalier ou en le descendant.

» *Comparaison de l'échauffement du muscle triceps crural dans les cas de travail positif et de travail négatif correspondant, pendant la montée et la descente d'un escalier.* — Diverses circonstances m'ont empêché de réaliser complètement le plan que je m'étais tracé pour cette étude. L'influence qu'exerce respectivement sur la thermogénèse la montée et la descente d'un escalier n'a pu être examinée que dans un seul cas, celui où la différence d'échauffement est mesurée sur le triceps crural d'un sujet qui s'élève à une hauteur de $9^{m},50$ ou qui en descend, en s'aidant d'un seul membre, auquel est adapté l'appareil thermométrique. (Les détails sont indiqués dans le livre.) J'exécutai sur moi-même ces expériences. Quelques-unes, en très petit nombre, étaient déjà faites avant la publication de mon Ouvrage. Les autres furent exécutées après, dans le mois de mai 1891. Je voulais, avant de publier ces expériences, en grossir le nombre; de plus, j'attendais d'être renseigné sur celles que je m'étais proposé de faire faire par d'autres sujets, non plus en mesurant l'échauffement d'un seul muscle, mais bien celui de tout le corps par la prise de la température rectale, pendant un travail de montée et de descente beaucoup plus considérable. Détourné par d'autres travaux, je n'ai pu satisfaire ni à l'un ni à l'autre de ces *desiderata*. Je me résous donc à donner tels quels les résultats que je possède. Ils sont, du reste, absolument identiques à ceux que j'avais obtenus sur le biceps.

» L'expérience consistait à monter et à descendre alternativement un escalier, en accomplissant exactement les mêmes mouvements dans le même temps (cinq minutes) et en opérant la descente à reculons pour assurer l'identité des mouvements par la conservation de la même attitude dans les deux cas.

» J'opérais le matin, à jeun, en laissant entre les diverses opérations de montée et de descente, un intervalle de repos suffisant pour la récupération d'un équilibre à peu près convenable de température. Dix matinées ont été consacrées à ces déterminations. Chaque séance a eu une durée d'environ quatre heures, pendant lesquelles on a pu faire de 4 à 8 déterminations, suivant les cas, c'est-à-dire selon la rapidité avec laquelle la fixité de la température de départ était retrouvée. Il y a eu en tout 29 opérations de montée et autant de descente. On commençait tantôt par celle-ci, tantôt par celle-là. Toutes les opérations ne furent pas absolument bonnes. Je ne me donnai pas la peine de faire les lectures thermométriques dans les cas, au nombre de 11, où les deux opérations couplées à comparer entre elles ne furent pas exécutées dans des conditions absolument identiques.

» En somme, il est resté 18 montées et 18 descentes accomplies avec une régularité suffisante. Ici encore, dans tous les cas sans exception, la descente a déterminé un échauffement moindre que la montée. Voici la moyenne des chiffres obtenus :

Échauffement pendant la montée.....	0°,310	
» descente.....	0,239	
Différence.....	0,071	en plus à la montée

» D'où il résulte qu'il n'y a aucun doute à avoir sur l'exactitude du fait constaté par moi en 1890, dans mes expériences avec le muscle biceps, à savoir que le travail négatif produit un moindre échauffement que le travail positif.

» Voilà les faits. Quelle interprétation doivent-ils recevoir? C'est ce que je me propose d'examiner dans une prochaine Communication. »

AGRONOMIE. — *Contribution à l'étude de la terre arable. Quantités d'air et d'eau contenues dans les mottes de terre;* par M. **P.-P. Dehérain.**

« Bien que j'aie déjà signalé à l'Académie (1) l'énergie qu'acquiert la nitrification dans des terres réduites en poudre et maintenues humides, je lui demande la permission de revenir encore aujourd'hui sur ce sujet, pour indiquer, plus complètement que je ne l'avais fait dans mes précédentes

(1) *Comptes rendus*, t. CXVI, p. 1091; 1893. *Annales agronomiques*, t. XIX, p. 401; 1893.

Communications, à quelles causes il faut attribuer la nitrification excessive des terres bien pulvérisées.

» Comme je l'avais fait déjà, il y a quelques années, j'ai suivi de nouveau, au printemps dernier, la formation des nitrates dans des lots de 50^{kg} de terres qui n'avaient reçu aucune fumure, mais qui étaient étalées sur le sol du bâtiment de la station agronomique de Grignon. A l'aide d'arrosages on a maintenu ces terres humides et, en les remuant au râteau, on a pu les conserver en poudre. L'expérience a été commencée le 23 mars, on a dosé dans des échantillons de 100^{gr} prélevés successivement les quantités suivantes d'azote nitrique :

Azote nitrique apparu dans 100^{gr} *de terre.*

	Terre de la Guadeloupe.	Terre de Seine-et-Marne.
	mgr	mgr
11 avril.....	0,94	1,36
18 »	2,03	3,13
25 »	4,38	6,88
2 mai	16,50	11,90
15 »	31,25	15,00
22 »	37,50	20,00
30 »	39,40	22,50
17 juin.....	68,75	31,25

» Si l'on pouvait maintenir des sols en place dans des conditions aussi favorables, on obtiendrait pour la terre de la Guadeloupe 687^{gr} d'azote nitrique par tonne, et 312^{gr} pour celle de Seine-et-Marne; et, en supposant qu'on puisse pulvériser et maintenir humide la terre jusqu'à une profondeur de 8^{cm}, ce qui représenterait pour le sol d'un hectare un poids de 1000 tonnes, on trouverait pour la terre de la Guadeloupe 687^{kg} d'azote nitrique, et 312^{kg} pour la terre de Seine-et-Marne, c'est-à-dire infiniment plus qu'il n'est nécessaire pour nourrir les récoltes les plus exigeantes.

» La nitrification est bien loin de se produire avec une énergie semblable dans les terres en place, puisqu'on n'atteint les hauts rendements qu'en distribuant du nitrate de soude.

» En cherchant à quelles causes il convient d'attribuer les différences dans l'activité de la nitrification observées dans les terres étalées à l'abri et dans les terres en place, on remarque tout d'abord que leur aspect n'est pas le même. Tandis que la terre à l'abri n'a reçu que des arrosages modérés qui l'ont laissée en poudre, les terres en place sont en mottes plus ou moins grosses. Quand arrivent, en effet, des pluies violentes, les

molécules de terre se soudent les unes aux autres et forment des masses continues qui se fendillent au moment de la dessiccation et restent en mottes, et je me suis demandé si dans ces mottes, qui forment la partie superficielle du sol, les quantités d'air et d'eau se trouvaient en proportions favorables à une nitrification active.

» Boussingault et Lévy, il y a une cinquantaine d'années (1); M. Schlœsing fils récemment (2) ont étudié l'atmosphère de la terre arable ; ils ont trouvé qu'elle était formée d'air dans lequel une fraction, habituellement assez faible, d'oxygène était remplacée par de l'acide carbonique. Si intéressantes que soient ces recherches, elles ne nous donnent aucune indication sur la quantité d'air que renferme la terre et particulièrement les mottes qui s'y forment pendant la dessiccation.

» Pour savoir comment l'air et l'eau y sont répartis, j'ai adopté, après plusieurs tâtonnements, la méthode suivante : on entaille au couteau des mottes de terre de façon à pouvoir les faire pénétrer dans un petit flacon à large ouverture, qu'on remplit ensuite de mercure; on déplace ainsi l'air qui enveloppe la terre, sans faire sortir les gaz qu'elle renferme, car si l'on vide le flacon et qu'on pèse la motte qui a été noyée dans le mercure, on ne la trouve pas plus lourde qu'auparavant, le mercure n'y a pas pénétré.

» Le flacon est fermé à l'aide d'un bon bouchon de caoutchouc, muni d'un tube à robinet de verre, auquel on a soudé un tube de 1^{cm} de diamètre et de 12 à 15^{cm} de hauteur qui se termine par un tube à gaz coudé.

» Quand le flacon renfermant la terre est rempli de mercure et qu'on reconnaît que tout le gaz extérieur à la terre a été expulsé, on ferme avec le bouchon, le robinet étant ouvert; le mercure poussé par la pression du bouchon s'élève dans le tube; on ferme alors le robinet et, en penchant le flacon, on fait couler le mercure qui surmonte le robinet; on lie le tube à la trompe à mercure à l'aide d'un caoutchouc à vide; on actionne la trompe et l'on fait le vide dans les espaces nuisibles. Quand le bruit du mercure annonce que le vide est obtenu, on place une cloche sur le tube abducteur de la trompe et l'on entr'ouvre le robinet de verre. Les gaz de la terre s'échappent, on les entraîne, on les recueille, pour les mesurer et les analyser; c'est de l'air avec des traces non dosables d'acide carbonique.

» Peut-on par cette méthode obtenir tous les gaz contenus dans les mottes de terre? Pour le savoir, j'ai opéré par une autre méthode; on rem-

(1) *Annales de Chimie et de Physique,* 3e série, t. XXXVII, p. 5.

(2) *Comptes rendus,* t. CIX, p. 618-673.

plit de mercure une cloche à gaz munie d'une douille fermée par un bouchon en caoutchouc et un tube qu'on peut fermer avec un caoutchouc et une baguette de verre; on y fait passer une motte de terre; s'il y a de l'air entraîné, on enfonce la cloche dans le mercure, on enlève la baguette qui ferme le caoutchouc, le gaz s'échappe; on remet la baguette en place, puis on introduit assez d'eau pour délayer la terre, l'air s'échappe en petites bulles; on transporte sur la cuve à eau et l'on peut recueillir et mesurer les gaz expulsés de la terre; on obtient ainsi des nombres très voisins de ceux que donne l'extraction à la trompe.

» Si l'on prend la précaution de déterminer l'eau que renferment les terres d'où on a extrait les gaz, on remarque, ce qu'il était facile de prévoir, que la terre est d'autant plus aérée qu'elle est plus sèche, et réciproquement; si l'on fait la somme des deux quantités calculées pour 100^{gr}, on trouve, quand on opère sur le même sol, des nombres très voisins; les quantités d'air et d'eau sont complémentaires.

» Voici quelques déterminations qui se rapportent aux terres de Grignon :

Eau et air contenus dans 100^{gr} *de terre de Grignon.*

Volume du gaz extrait à la trompe.	Eau perdue par la dessiccation à 110°.	Sommes de l'air et de l'eau.
cc	cc	cc
13,7	9,0	22,7
7,5	16,0	23,5
19,2	5,0	24,2
12,0	14,0	26,0
16,0	10,0	26,0
21,8	4,0	25,0

» Les échantillons qui ont fourni les nombres précédents ont été pris dans les champs, après les pluies ou les sécheresses; quand la terre est très humide, on n'y trouve presque plus d'air : ainsi, d'une motte très mouillée, pesant 100^{gr}, on n'a tiré que 0^{cc},7 de gaz.

» Pour mieux voir que l'air ne pénètre dans la terre qu'autant que l'eau s'en échappe, j'ai opéré autrement; des terres de diverses origines ont été bien mouillées, façonnées en mottes pouvant pénétrer dans le flacon, puis abandonnées pendant quelques jours, jusqu'à ce qu'elles aient acquis assez de consistance pour ne pas se briser; on y détermine à ce moment l'air et l'eau, puis, après quelques jours de dessiccation, on répète les dosages.

» On a obtenu ainsi les nombres suivants :

Eau et air contenus dans 100^{gr} *de terre de diverses origines.*

Origine des terres.		Volume du gaz extrait à la trompe.	Eau perdue par la dessiccation à 110°.	Somme de l'air et de l'eau.
		cc	gr	
Guadeloupe.	Humide ...	7,2	19,8	27,0
	Sèche	18,0	9,5	27,5
Wardrecques (Pas-de-Calais).	Humide ...	3,4	15,0	18,4
	Sèche	15,4	3,2	18,6
Blaringhem (Nord).	Humide ...	4,9	11,5	16,4
	Sèche	14,3	2,9	17,2

» On voit que, pour la même terre, la somme de l'eau et de l'air reste constante, mais que cette somme varie d'une terre à l'autre; les terres de Wardrecques et de Blaringhem, plus compactes que la terre de la Guadeloupe, renferment moins d'air et moins d'eau qu'elle n'en retient.

» Pour que la nitrification s'établisse, l'air et l'eau sont nécessaires, il faut que la terre soit humide et aérée.

» Or, si nous considérons cette motte de terre, nous trouvons qu'il n'y aura qu'un temps assez court pendant lequel l'air et l'eau se trouvent en proportions favorables; après la pluie, la terre est très humide, l'aération insuffisante; bientôt l'eau s'évapore, l'air pénètre, et pendant quelques jours, quelques semaines peut-être, les proportions d'air et d'eau sont favorables, mais la dessiccation continue, et bientôt elle est telle que la nitrification s'arrête. Il n'en est pas ainsi dans une terre en poudre, l'aération est toujours assurée, et s'il survient une pluie modérée, trop peu abondante pour que la terre s'agglutine, les conditions favorables à la nitrification sont réalisées; c'est parce que nos terres restaient en poudre fine et qu'elles étaient maintenues humides dans la station de Grignon qu'elles ont fourni des quantités de nitrates infiniment supérieures à celles qu'exigent les plus fortes récoltes.

» Les cultivateurs ont reconnu depuis longtemps les avantages qu'ils tirent d'une terre bien pulvérisée; pour la maintenir à cet état, ils s'astreignent à un travail incessant; en effet, chaque fois que survient une pluie violente, les molécules de terre roulent les unes sur les autres, se soudent et au moment de la dessiccation reforment des mottes qu'il faut briser de nouveau.

» Quand la pulvérisation est complète, les chances de voir apparaître une forte proportion de nitrates augmentent, mais la réussite est encore à la merci de pluies opportunes.

» La réussite n'est certaine que lorsqu'au travail constant du sol se joignent les arrosages ; c'est là ce qui est réalisé dans la culture maraîchère qui, chaque année, produit sur le même sol plusieurs récoltes.

» J'ai été aidé avec beaucoup de zèle dans ce travail par M. Crochetelle, répétiteur, et par M. Marcille, chimiste de la station agronomique de Grignon. »

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur les produits d'oxydation du benzylidènecamphre et du benzylcamphre. Nitrosate ou nitronitrite de benzylidènecamphre;* par M. **A. Haller.**

« Bien que le benzylidènecamphre et ses homologues (¹) ne se combinent pas au brome, nous ne leur attribuons pas moins la formule générale

$$C^8H^{14}\begin{cases} C = CH.C^6H^5 \\ CO \end{cases} \qquad \text{et} \qquad C^8H^{14}\begin{cases} C = CH - R \\ CO \end{cases},$$

où R représente un radical aromatique, $C^6H^4 - CH^3$, $C^6H^4C^3H^7$, $C^6H^4OCH^3$, etc., formule qui en fait des composés non saturés. Les recherches qui suivent, ainsi que le mode de synthèse de ces corps, justifient notre manière de voir.

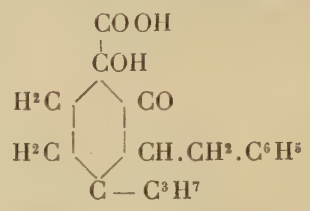
» Ces recherches ont eu primitivement pour but :

» 1° La préparation de dérivés nitrés des alcoylcamphres aromatiques. La présence d'un noyau benzénique dans ces molécules nous a fait espérer de pouvoir y introduire un ou plusieurs groupes AzO^2 et de nous servir ensuite des dérivés nitrés obtenus, pour pousser plus avant l'étude de ces corps. Comme on le verra dans la suite, le benzylidènecamphre, le benzylcamphre, comme le camphre lui-même, ne se prêtent point à cette substitution ;

» 2° De soumettre ces composés à l'influence de divers agents oxydants, dans l'intention d'obtenir des produits d'oxydation renfermant et le noyau du camphre et le noyau aromatique.

(¹) A. Haller, *Comptes rendus*, t. CXIII, p. 22.

» La fonction de l'acide camphorique comme acide dicarboxylé ayant été mise en doute par M. Friedel, il devenait en effet intéressant de s'assurer comment se comportent les alcoylcamphres vis-à-vis des agents oxydants. Si l'acide $C^{10}H^{16}O^4$ doit sa fonction de molécule bibasique aux groupements CO, OH, CO^2H, on pouvait espérer qu'une oxydation ménagée du benzylcamphre conduirait à un acide benzylcamphorique de la formule



» Admet-on au contraire que l'acide camphorique est un acide dicarboxylé, il est difficile de concevoir la formation d'un acide benzylcamphorique en partant du benzylcamphre.

» Sans doute l'argument n'est pas péremptoire contre la manière de voir de M. Friedel, car on pourrait admettre que l'oxydation a d'abord pour effet de donner naissance à un acide benzoylcamphorique qui, dans les conditions de l'expérience, se scinde en acides benzoïque et camphorique. Nous nous bornerons donc à montrer que, sous l'influence des agents oxydants, les composés étudiés ne donnent pas d'acide camphorique substitué.

» *Action de l'acide azotique sur le benzylidènecamphre.* — Quand on traite une dissolution de ce corps dans de l'acide acétique cristallisable, par de l'acide azotique fumant, et qu'on chauffe au bain-marie, il se produit quelquefois, surtout quand l'acide renferme des vapeurs nitreuses, un dépôt de paillettes blanches, cristallines, peu solubles dans l'alcool même chaud, solubles dans la benzine bouillante. Ce corps fond à 183° et est inattaquable par une solution de carbonate de soude.

» Réduit par l'étain et l'acide chlorhydrique, il régénère le benzylidènecamphre avec ses propriétés primitives.

» La composition de ce corps, $C^{17}H^{18}Az^2O^5$, son mode de formation et les quelques propriétés observées, nous ont conduit à le considérer, soit comme un dérivé analogue à celui que M. Guthrie (¹) a obtenu avec l'a-

---

(¹) *Ann. der Chemie,* t. CXVI, p. 284 ; t. CXIX, p. 84.

mylène, soit comme un composé du genre de ceux que M. Gabriel (1) a préparés en partant du benzylidènephtalide, du stilbène et de l'acide cinnamique. M. Vallach (2), qui a étudié ces composés d'une manière plus approfondie, à l'occasion de dérivés semblables obtenus avec les terpènes, les divise en *nitrosates* et en *nitronitrites*, suivant qu'ils renferment les groupements $O.AzO^2+AzO$ ou AzO^2+OAzO. Sans nous prononcer encore sur la catégorie à laquelle appartient notre dérivé, nous pouvons cependant admettre qu'il possède la formule

$$C^8H^{14}\begin{cases} C.Az^2O^4.CH.C^6H^5 \\ CO \end{cases}.$$

» Un autre mode de formation de ce composé, calqué sur celui du nitrosate d'amylène (3), vient en effet à l'appui de notre manière de voir. Du benzylidènecamphre, dissous dans de l'acide cristallisable, fut additionné de la quantité théorique d'azotite d'amyle et d'acide azotique fumant, et le mélange fut légèrement chauffé au bain-marie. Le dérivé nitré ne tarda pas à se déposer en paillettes blanches, qu'une cristallisation dans le benzène permit d'obtenir parfaitement pures et fondant à 183°.

» Chauffe-t-on pendant plusieurs jours du benzylidènecamphre avec de l'acide azotique concentré, on obtient une masse jaunâtre, visqueuse, cédant des acides à une solution de carbonate de soude. Ces acides, ainsi que ceux qui restent dans les eaux mères, sont constitués par un mélange d'acides camphorique et nitrobenzoïque para fondant à 236°-238°. On peut les séparer par une série de cristallisations fractionnées ou, mieux encore, en chauffant le mélange desséché avec un excès de chlorure d'acétyle. Dans ces conditions, l'acide camphorique passe à l'état d'anhydride, insoluble dans le carbonate de soude, tandis que l'acide para-nitrobenzoïque fournit un anhydride, décomposable par l'eau bouillante et par les solutions alcalines.

» Le produit jaunâtre visqueux soumis à un nouveau traitement à l'acide azotique, fournit encore les mêmes produits d'oxydation.

» *Action du permanganate de potasse sur le benzylidènecamphre.* — Dans

---

(1) *Deut. chem. Ges.*, t. XVIII, p. 1251, 2435; t. XIX, p. 837.
(2) *Ibid.*, t. CCXLI, p. 290.
(3) *Ibid.*, t. CCXLVIII, p. 162.

le but d'obtenir le glycol

$$C^8H^{14}\begin{cases}COH.CHOH.C^6H^5\\ |\\ CO\end{cases}$$

on a traité à froid, jusqu'à décoloration complète de la liqueur, du benzolcamphre avec une solution étendue de permanganate de potasse. Au lieu du composé cherché, on n'a pu isoler que de l'acide benzoïque et de l'acide camphorique. Quand on opère à chaud, à la température du bain-marie, on observe la même réaction.

» *Action de l'acide azotique sur le benzylcamphre.* — Une solution de benzylcamphre dans l'acide acétique cristallisable ne donne pas de dérivé nitré quand on la traite par de l'acide azotique fumant. Après élimination des acides, on ne peut retirer qu'un produit d'un jaune foncé, visqueux et incristallisable.

» Opère-t-on à chaud et sans acide acétique, le benzylcamphre se comporte comme le benzylidènecamphre, en donnant naissance à de l'acide paranitrobenzoïque et à de l'acide camphorique. L'oxydation du produit visqueux, qui se forme au début, est aussi laborieuse que dans le cas du benzolcamphre, et il faut plusieurs jours de traitement pour qu'elle soit complète. Indépendamment des deux acides signalés plus haut, il se forme de petites quantités d'autres composés, solubles en jaune dans les alcalis et qui sont, sans doute, des produits d'oxydation plus avancés, ou des dérivés nitrés de l'acide para-nitrobenzoïque.

» *Action du permanganate de potasse sur le benzylcamphre.* — Cette oxydation a été faite au bain-marie, avec une solution de 1 pour 100 de permanganate, soit en acidulant de temps à autre la dissolution avec de l'acide sulfurique étendu, soit en faisant passer dans la liqueur un courant d'acide carbonique, pendant toute la durée de l'opération. Le résultat a toujours été le même; on n'a isolé qu'un mélange d'acide camphorique et d'acide benzoïque, qu'on a séparés en les transformant au préalable en anhydrides, au moyen du chlorure d'acétyle.

» En résumé, benzylidène et benzylcamphre, soumis à l'action des agents oxydants, subissent une rupture au point d'attache du radical aromatique, et les deux noyaux se comportent alors dans le milieu oxydant comme s'ils étaient libres.

» Nous continuons cette étude des camphres alcoylés et nous nous proposons d'obtenir des dérivés nitrés par d'autres voies. »

NOMINATIONS.

L'Académie procède, par la voie du scrutin, à la nomination d'une Commission de deux Membres qui sera chargée de la vérification des comptes pour l'année précédente.

MM. **Maurice Lévy** et **Mascart** réunissent la majorité des suffrages.

L'Académie procède, par la voie du scrutin, à la nomination d'un Correspondant dans la Section de Géométrie, pour remplir la place laissée vacante par le décès de M. *Neumann*.

Au premier tour de scrutin, le nombre des votants étant 37,

M. Schwarz obtient . . . . . 33 suffrages.
M. Cremona » . . . . . 2 »

Il y a deux bulletins blancs.

M. **Schwarz**, ayant obtenu la majorité absolue des suffrages, est nommé Correspondant de l'Académie.

L'Académie procède, par la voie du scrutin, à la nomination d'un Correspondant dans la Section de Botanique, pour remplir la place laissée vacante par le décès de M. *Pringsheim*.

Au premier tour de scrutin, le nombre des votants étant 37,

M. le baron de Müller obtient . . . . . 34 suffrages.
M. Sachs » . . . . . 1 »

Il y a deux bulletins blancs.

M. le baron **de Müller**, ayant réuni la majorité absolue des suffrages, est nommé Correspondant de l'Académie.

L'Académie procède, par la voie du scrutin, à la nomination d'un Correspondant dans la Section de Médecine et Chirurgie, pour remplir la place laissée vacante par le décès de M. *Carl Ludwig*.

Au premier tour de scrutin, le nombre des votants étant 30,

M. Engelmann obtient. . . . . 29 suffrages.
M. Heidenhain » . . . . . 1 »

M. **Engelmann**, ayant obtenu la majorité absolue des suffrages, est nommé Correspondant de l'Académie.

MÉMOIRES LUS.

GÉOGRAPHIE. — *Nouvel instrument (Tachéographe) servant au trace direct et au levé direct du terrain.* Note de M. **Schrader**, présentée par M. Daubrée.

« Le bienveillant intérêt que l'Académie a bien voulu témoigner à mes travaux pyrénéens me fait un devoir de lui en communiquer la suite.

» Pendant les années consacrées à la préparation de ma Carte des Pyrénées, et surtout pendant les heures de pluie ou de brume, il m'arrivait fréquemment de me demander s'il ne me serait pas possible d'arriver, comme l'ont tenté MM. Peaucellier et Wagner, mais par des moyens simplifiés, à obtenir le tracé du terrain sans aucune construction, par le seul fait de la transformation mécanique de chaque visée en ses deux coordonnées, horizontale et verticale? Ce mode de levé, peu pratique dans les pays de montagnes où les sommets des triangles sont souvent des points inaccessibles, serait en revanche le plus utile et le plus rapide dans les pays de plaines ou de collines, les plus étendus et les plus habités de tous. J'ai l'honneur de présenter à l'Académie l'instrument à l'aide duquel j'ai pu résoudre ce problème, et dont le principe est si élémentaire que je me suis demandé, après l'avoir amené au degré de simplicité qu'il possède aujourd'hui, comment il ne s'était pas présenté dès l'origine à l'esprit des premiers topographes.

» Tout rayon visuel pouvant être considéré, sauf corrections ultérieures, comme l'hypoténuse d'un triangle rectangle, dont les deux autres côtés représentent respectivement la différence de hauteur et la distance horizontale entre le point de visée et le point visé, le problème se réduisait à imaginer une disposition au moyen de laquelle un triangle rectangle proportionnel au triangle réel se produirait à chaque instant et par le seul fait

de la visée, la proportion des deux triangles correspondant, pour chaque série d'opérations, à l'échelle de la Carte proposée.

» Construire, à l'aide de règles glissant les unes contre les autres dans un plan vertical, parallèle au rayon visuel, un triangle rectangle dont l'angle droit seul serait rigide, les trois côtés et les deux autres angles demeurant variables, ne présentait aucune difficulté ni, à la rigueur, aucune nouveauté.

» Il n'en était pas de même pour l'organe destiné à établir mécaniquement la proportionnalité des deux triangles. Mais ici encore, après de longues recherches, j'ai fini par réussir, en éliminant de ma construction tout ce qui ne constituait pas le fond même de l'opération de la visée. Je m'explique : les dimensions apparentes d'un même objet, d'une mire par exemple, étant inversement proportionnelles à la distance de cet objet, j'ai rendu également variable l'écartement de deux fils parallèles placés dans le champ de ma lunette et disposés perpendiculairement à un autre fil fixe. J'ai d'autre part armé celle des trois règles de mon triangle rectangle qui représente l'hypoténuse, et qui par conséquent est parallèle à l'axe optique de ma lunette, d'une sorte de came longitudinale, dont la courbure a été calculée, par une opération élémentaire (division d'une constante représentant l'écartement maximum des fils mobiles par les distances successives), de telle sorte que, suivant la plus ou moins grande longueur de l'hypoténuse, l'intervalle des fils fût réglé par la poussée des différentes sections de la came. Il est aisé de comprendre, d'après la courbure de la came, que cet intervalle coïncidera avec l'écartement apparent des voyants d'une mire mobile, chaque fois que la longueur de la règle hypoténuse et la longueur de la visée se trouveront dans le rapport du triangle artificiel au triangle réel.

» Le résultat est que pour chaque visée, une fois l'échelle réglée par l'écartement des voyants, on n'a plus qu'à diriger le rayon visuel vers la mire et à amener les deux fils du micromètre en contact avec les voyants, pour recueillir : 1° par la règle horizontale divisée, la lecture de la distance, et le tracé automatique de cette même distance effectué sur un plateau circulaire par un crayon ou un stylet situé dans le prolongement du côté vertical; 2° sur ce côté vertical, également divisé, la lecture directe de la différence de niveau, qui peut s'inscrire instantanément à côté de la distance planimétrique. Les éléments du plan ou de la Carte sont ainsi recueillis par la visée même, et les opérations ou les calculs précédemment en usage pour obtenir les points ainsi déterminés sont supprimés,

n'ayant plus aucune utilité. Le complément du dessin se fait sur le terrain même par le simple raccordement des points automatiquement tracés. En raison de l'instantanéité des opérations et de l'obtention d'un tracé graphique, j'ai donné au nouvel instrument le nom de *tachéographe*.

» J'appellerai l'attention de l'Académie sur deux ou trois points spéciaux. L'opération consistant en un contact et non plus en une lecture, les erreurs de lecture sont supprimées *ipso facto*. J'ai toutefois conservé dans l'instrument les organes destinés à lire la mesure des angles, pour les cas où cette mesure serait intéressante à noter à côté du résultat direct.

» Suivant en cela les conseils de mon vénéré ami le colonel Goulier, j'ai disposé les voyants de ma mire de façon à obtenir la coïncidence, non par recouvrement, mais par bissection.

» J'ai également divisé ma came en plusieurs sections de rayon variables se rapportant à des voyants d'écartements divers, de façon à obvier à l'accroissement d'erreur qui, sans cela, se serait produit avec l'accroissement de distance.

» En donnant, à l'aide d'une simple vis de pression, une longueur déterminée au côté vertical du triangle rectangle, on obtient un avantage précieux. Tous les points situés sur les lignes de visée qui correspondent à cette différence de hauteur jouissent par cela même de la propriété d'être situés sur un même plan horizontal; le tracé des courbes de niveau peut dès lors s'effectuer directement et s'inscrire graphiquement par des points aussi rapprochés qu'on le désire. En faisant varier successivement la longueur du côté vertical, on obtient la détermination de courbes de niveau successives sans changer de station.

» L'instrument que j'ai l'honneur de présenter à l'Académie a été construit par M. Balbreck.

» La construction de la came et la division longitudinale des règles ont été faites avec la plus grande perfection par M. Carpentier, l'éminent successeur de Ruhmkorff, à qui je ne saurais adresser assez de remercîments. M. Carpentier a poussé le scrupule jusqu'à établir, pour la vérification des épaisseurs successives des sections transversales de la came, un palmer qui permet de mesurer ces épaisseurs à un micron près.

» La manœuvre du tachéographe, on le devine, est d'une extrême simplicité.

» Les résultats obtenus jusqu'à présent indiquent un degré de précision supérieur à celui qu'on demande généralement aux tachéomètres; l'erreur d'estime varie entre $\frac{1}{2000}$ et $\frac{1}{4000}$ de la distance; mais j'espère arriver bientôt

à une erreur sensiblement moindre; cette ambition ne paraîtra peut-être pas exagérée puisque les erreurs de lecture, de transcription et de construction sont toutes éliminées à la fois par la mesure directe, la construction directe et le tracé direct. »

MÉMOIRES PRÉSENTÉS.

M. **Fréd. Hesselgren** soumet au jugement de l'Académie un Mémoire « Sur une gamme musicale à sons fixes, basée sur la vraie gamme naturelle ».

(Commissaires : MM. Cornu, Mascart.)

CORRESPONDANCE.

M. **Backlund**, nommé Correspondant pour la Section d'Astronomie, adresse ses remercîments à l'Académie.

M. **Laveran**, nommé Correspondant pour la Section de Médecine et de Chirurgie, adresse ses remercîments à l'Académie.

GÉOMÉTRIE. — *Sur les courbes tracées sur une surface et dont la sphère osculatrice est tangente en chaque point à la surface.* Note de M. **E. Cosserat**, présentée par M. Darboux.

« Les courbes tracées sur une surface et dont la sphère osculatrice est tangente en chaque point à la surface ont été considérées pour la première fois par M. Darboux (1) qui, après avoir établi ce fait curieux que leur équation différentielle est du second ordre seulement, a intégré cette équation dans le cas des quadriques et dans celui des cyclides; M. Enneper (2) a ensuite indiqué, dans le cas où la surface est une qua-

(1) G. Darboux, *Des courbes tracées sur une surface et dont la sphère osculatrice est tangente en chaque point de la surface* (*Comptes rendus*, t. LXXIII, p. 732; 1871).

(2) A. Enneper, *Bemerkungen über die Differentialgleichung einer Art von Curven auf Flächen* (*Göttinger Nachrichten*, p. 577-583; 1891).

drique, une propriété géométrique des courbes précédentes que nous désignerons dans ce qui suit sous le nom de *courbes* (*D*); enfin, Ribaucour a rattaché (¹) la détermination des courbes (D) sur les cyclides à sa théorie des surfaces pour lesquelles les lignes (D) peuvent être accouplées et a montré (²) que si l'on trace sur une surface (S) une courbe (D), chacun des plans osculateurs de cette courbe coupe (S) suivant une section surosculée par un cercle.

» Nous avons cherché à étendre le nombre des surfaces sur lesquelles on peut déterminer les courbes (D) en nous inspirant des recherches faites sur les ds^2 pour lesquels on détermine les géodésiques. Si, sur une surface rapportée à un réseau coordonné (u, v), nous définissons les géodésiques par l'équation

$$d\omega + r\,du + r_1\,dv = 0,$$

où nous adoptons, ainsi que dans tout ce qui va suivre, les notations du Livre V des *Leçons* de M. Darboux, et si nous nous proposons de trouver une fonction φ de u et de v telle que *toutes* les courbes intégrales de l'équation différentielle du premier ordre

$$\omega = \varphi \tag{1}$$

soient des géodésiques, on trouve immédiatement, en supposant le réseau (u, v) orthogonal, pour simplifier l'écriture, et en tenant compte des équations de Codazzi, que la fonction φ est définie par l'équation

$$\frac{\partial(\mathrm{A}\cos\varphi)}{\partial v} = \frac{\partial(\mathrm{C}\sin\varphi)}{\partial u} \tag{2}$$

qui, en introduisant une inconnue auxiliaire θ dont les deux dérivées partielles sont respectivement $\mathrm{A}\cos\varphi$ et $\mathrm{C}\sin\varphi$, conduit à la suivante :

$$\Delta\theta = \frac{1}{\mathrm{A}^2}\left(\frac{\partial\theta}{\partial u}\right)^2 + \frac{1}{\mathrm{C}^2}\left(\frac{\partial\theta}{\partial v}\right)^2 = 1, \tag{3}$$

qui sert de base à la méthode de Jacobi.

» Cherchons, de même, à déterminer une fonction φ de u et de v telle que *toutes* les courbes intégrales de l'équation différentielle du premier ordre (1) soient des courbes (D); rapportons la surface à ses lignes de

(¹) A. Ribaucour, *Notice sur ses travaux mathématiques*, p. 26; 1873.

(²) A. Ribaucour, *Propriétés de courbes tracées sur les surfaces* (*Comptes rendus*, t. LXXX, p. 642; 1875).

courbure et désignons par a et a' les inverses des rayons de courbure principaux R et R'; nous obtenons, pour déterminer φ, l'équation

$$(4) \qquad \frac{\partial}{\partial v}[A(a'-a)\sin^3\varphi] = \frac{\partial}{\partial u}[C(a'-a)\cos^3\varphi]$$

qui conduirait à une équation analogue à (3) par l'emploi d'une inconnue auxiliaire.

» *La théorie des courbes* (D), *de M. Darboux, dépend surtout, on le voit, des deux fonctions* $A(a'-a)$ *et* $C(a'-a)$.

» Laissant de côté, pour le moment, la considération de ces fonctions dont la substitution à A et à C dans les équations de Codazzi conserve à ces dernières leur forme simple, nous voyons que si l'on connaît une solution de l'équation (4) renfermant une constante arbitraire, l'intégration de l'équation (1) donnera des courbes (D) dépendant de deux constantes arbitraires.

» Si donc on veut déterminer des cas où la détermination des courbes (D) pourra, soit s'effectuer, soit se simplifier, il suffit de reprendre pour l'équation (4) la théorie des intégrales de forme déterminée exposée pour les géodésiques au Livre VI des *Leçons* de M. Darboux.

» Nous dirons qu'une fonction $f(\cos\varphi, \sin\varphi, u, v)$, homogène et de degré m par rapport à $\cos\varphi$, $\sin\varphi$, est une *intégrale homogène de degré m*, si, pour toutes les valeurs de la constante k, la fonction φ tirée de l'équation

$$f(\cos\varphi, \sin\varphi, u, v) = k$$

satisfait à l'équation (4).

» Cette définition étant posée, on peut énoncer la proposition suivante qui met en évidence des surfaces dont on peut déterminer les courbes (D) :

» *Les surfaces pour lesquelles le problème de la recherche des courbes* (D) *admet une intégrale entière homogène du premier degré sont celles pour lesquelles toutes les lignes de courbure sont des cercles géodésiques; la cyclide de Dupin et les surfaces, telles que le tore, dans lesquelles elle peut dégénérer, sont les surfaces pour lesquelles il existe une infinité de pareilles intégrales.*

» Il est digne de remarque que les surfaces admettant une intégrale entière homogène qui est, soit du premier degré, soit du second degré, jouissent de la propriété que leurs courbes (D) sont accouplées; la proposition de Ribaucour, relative aux cyclides, conduit à la suivante :

» *Les quadriques et les cyclides sont des surfaces pour lesquelles le problème*

de la recherche des courbes (D) *admet une intégrale homogène entière du second degré.*

» Si l'on considère les courbes (D) passant par un point M d'une surface (S), leurs cercles osculateurs en M déterminent, en accord avec la remarque de Ribaucour, *tous* les cercles qui ont en ce point, avec la surface (S), un contact du troisième ordre; ils forment, ainsi que l'a montré M. Darboux, dans son beau Mémoire *Sur le contact des courbes et des surfaces*, une surface (Σ) du dixième degré admettant une ligne double du sixième ordre qui jouit d'une propriété remarquable.

» La surface (Σ) se décompose, quel que soit le point M choisi sur (S), si les lignes de courbure de cette dernière sont, au moins pour une famille, circulaires. Le cas de la cyclide de Dupin et des surfaces dans lesquelles elle peut dégénérer est digne d'intérêt; la surface (Σ) relative à un point M de (S) se décompose alors en deux sphères et en une surface du sixième degré qui est l'inverse d'une surface réglée du troisième degré; cette surface du sixième degré admet ainsi pour ligne double un cercle; *lorsque le point* M *décrit la cyclide de Dupin, ce cercle engendre un système cyclique et son axe détermine une congruence linéaire.* Ainsi s'établit un lien entre la cyclide de Dupin et la déformation infiniment petite du paraboloïde équilatère.

» Le développement des indications précédentes appartient à un travail dont une première partie paraîtra prochainement. »

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur les équations linéaires aux dérivées partielles.* Note de M. **Étienne Delassus**, présentée par M. Darboux.

« Étant donnée une équation linéaire, je dis qu'une ligne est singulière fixe du premier genre si elle est singulière pour un ou plusieurs coefficients; du deuxième genre si elle annule tous les coefficients de l'équation caractéristique; du troisième genre si, le long de cette ligne, l'équation caractéristique a deux racines qui se permutent. Je remarque, en outre, que toute ligne singulière fixe du deuxième genre peut être considérée comme une ligne polaire du premier genre et que, par suite, on peut toujours supposer que l'équation n'a pas de lignes singulières du deuxième genre.

» En outre, pour abréger, je dirai qu'un système linéaire complètement intégrable est de *première espèce* si son intégrale générale ne dépend que d'un nombre limité de constantes arbitraires; dans le cas contraire,

il sera de *seconde espèce*. Dans les deux cas, je représenterai par $F_1, F_2 \dots F_q$ les équations indépendantes constituant le système, avec cette convention que les équations F d'un même ordre ne puissent jamais donner, par combinaison linéaire, une équation d'ordre inférieur. J'énoncerai les résultats suivants :

» *Des équations n'ayant en commun aucun système de caractéristiques, sont incompatibles ou donnent naissance à un système de première espèce.*

» *Si un système* $F_1, F_2 \dots F_q$ *est de première espèce, les équations* F *n'ont en commun aucun système de caractéristiques et les intégrales analytiques du système ne peuvent avoir que des lignes singulières essentielles fixes, qui sont :*

» 1° *Les lignes singulières fixes du premier genre des équations* F ;

» 2° *Des lignes singulières auxiliaires, le long desquelles toutes les équations caractéristiques f ont une racine commune. Ces lignes ne sont caractéristiques pour aucune des équations* F *ou le sont pour toutes.*

» *Si des équations* F *forment un système de seconde espèce, elles ont en commun des systèmes de caractéristiques* que nous appellerons *les caractéristiques du système* et qui seront données par une équation $\Theta = 0$. Les équations caractéristiques des F seront de la forme $f\Theta = 0$ et l'on aura :

» *Dans une région où toutes les caractéristiques du système sont réelles, les intégrales analytiques ne peuvent avoir, comme lignes singulières mobiles, que ces caractéristiques et comme lignes singulières fixes que :*

» 1° *Les lignes singulières du premier genre des équations* F ;

» 2° *Les lignes singulières du troisième genre relatives à* Θ ;

» 3° *Des lignes singulières auxiliaires le long desquelles toutes les équations* $f = 0$ *ont une solution commune. Ces lignes ne sont caractéristiques pour aucune équation* F *ou le sont pour toutes.*

» En cherchant les intégrales qui traversent les singularités fixes d'un système, on trouve les résultats suivants :

» *Les intégrales analytiques d'un système traversent en général les singularités fixes du troisième genre de ce système. Il ne pourra en être autrement que si l'on impose des restrictions aux conditions initiales.*

» *Pour la recherche des intégrales traversant une ligne singulière fixe* L *du premier genre, on peut toujours remplacer le système considéré par un autre ne possédant pas* L *comme ligne singulière ou la possédant comme ligne polaire.*

» Soit $f(x, y)$ possédant une ligne singulière L et $f'(x', y')$ possédant la ligne singulière L', je dis que *les deux singularités* $(f, L), (f', L')$ *sont du même genre*, s'il existe un changement de variables, analytique tout le long

de L, transformant L′ en L et $f'(x', y')$ en

$$\theta(x, y) f(x, y) + \omega(x, y),$$

ω et θ étant analytiques le long de L et θ ne s'y annulant pas.

» Je dis qu'*une singularité* (f, L) *est de première catégorie* si toute équation linéaire ayant une singularité $(f'\,\mathrm{L}')$ du même genre que (f, L) et distincte de ses singularités fixes possède forcément L′ comme caractéristique. Sinon la singularité sera de seconde catégorie.

» On obtient à ce sujet le théorème important :

» *Toute singularité* (f, L) *d'une équation* $\mathrm{F} = 0$, *distincte de ses singularités fixes et située dans une région où* F *a toutes ses caractéristiques réelles, est de première catégorie.*

» En particulier, on obtient ainsi toutes les singularités du genre X qui comprennent les singularités du genre $\frac{1}{x^m}$, c'est-à-dire les singularités polaires pour lesquelles M. Appell avait déjà indiqué la propriété précédente.

» Au théorème précédent on peut ajouter la propriété complémentaire qui en résulte immédiatement :

» *Dans une région où toutes les caractéristiques sont imaginaires, les singularités mobiles des intégrales analytiques ont lieu le long de lignes quelconques et sont forcément de seconde catégorie.*

» Considérons les régions intermédiaires $r_1, r_2, \ldots, r_m$, l'indice indiquant le nombre des couples de racines imaginaires, les intégrales y auront des singularités mobiles de seconde catégorie; mais le long des caractéristiques réelles, il pourra arriver qu'une singularité soit de première catégorie. Le nombre des lignes le long desquelles ce fait peut se produire allant en diminuant quand on traverse les régions successives $r_1, r_2, \ldots, r_m$, on peut dire que *le degré de généralité des intégrales possédant, dans les régions successives* $r_1, r_2, \ldots, r_m$, *des singularités de première catégorie va en diminuant.*

» Ces théorèmes s'appliquent, sans aucune modification, aux systèmes de seconde espèce. »

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur l'intégration des équations différentielles ordinaires.* Note de M. **Alf. Guldberg**, présentée par M. Picard.

« La théorie d'intégration d'Euler repose, comme on sait, sur la détermination d'un multiplicateur, au moyen duquel on transforme l'équation différentielle donnée en une équation différentielle exacte. Cependant, la détermination de ce multiplicateur exige, pour les équations différentielles d'un ordre plus élevé que le premier, la solution d'équations aux dérivées partielles si compliquées que la méthode est difficilement réalisable. Mais il y a aussi d'autres fonctions qui possèdent la même propriété que le multiplicateur d'Euler et qui ont, en considérant l'équation différentielle comme une équation aux différentielles totales, au moins pour les équations d'un ordre plus élevé que le premier, un avantage indiscutable sur le multiplicateur d'Euler, en nous permettant de transformer l'équation différentielle donnée en une équation aux différentielles totales *complètement intégrable.*

» Je me permets de faire, dans les lignes qui suivent, quelques remarques sur ce sujet.

» Soit donnée l'équation différentielle du deuxième ordre

$$\text{(I)} \qquad F(y'', y', y, x) = 0,$$

où F est linéaire par rapport à y''. L'équation $F = 0$ peut s'écrire sous la forme d'une équation aux différentielles totales

$$R\,dy' + Q\,dy + P\,dx = 0,$$

où R, Q, P sont des fonctions de x, y, y'.

» En ajoutant l'identité

$$\alpha(y', y, x)\,dy - \alpha(y', y, x)y'\,dx = 0,$$

on aura

$$R\,dy' + (Q + \alpha)\,dy + (P - \alpha y')\,dx = 0.$$

» Supposons α choisi de manière que cette équation aux différentielles totales soit complètement intégrable, c'est-à-dire

$$(P - \alpha y')\left(\frac{\partial Q}{\partial y'} - \frac{\partial R}{\partial y} + \frac{\partial \alpha}{\partial y'}\right) + (Q + \alpha)\left(\frac{\partial R}{\partial x} - \frac{\partial P}{\partial y'} + \alpha + y'\frac{\partial \alpha}{\partial y'}\right) + R\left(\frac{\partial P}{\partial y} - \frac{\partial Q}{\partial x} - y'\frac{\partial \alpha}{\partial y} - \frac{\partial \alpha}{\partial x}\right) = 0;$$

en conséquence α sera déterminé par l'équation aux dérivées partielles

$$(II)\quad \begin{cases} (P + y'Q)\dfrac{\partial \alpha}{\partial y'} - y'R\dfrac{\partial \alpha}{\partial y} - R\dfrac{\partial \alpha}{\partial x} + \alpha^2 \\ \qquad + \alpha\left[Q + \left(\dfrac{\partial R}{\partial x} - \dfrac{\partial P}{\partial y'}\right) + y'\left(\dfrac{\partial R}{\partial y} - \dfrac{\partial Q}{\partial y'}\right)\right] + (PQR) = 0, \end{cases}$$

où

$$(PQR) = P\left(\frac{\partial Q}{\partial y'} - \frac{\partial R}{\partial y}\right) + Q\left(\frac{\partial R}{\partial x} - \frac{\partial P}{\partial y'}\right) + R\left(\frac{\partial P}{\partial y} - \frac{\partial Q}{\partial x}\right).$$

» Ayant déterminé α, on a l'équation aux différentielles totales *complètement intégrable*

$$(III)\qquad R\,dy' + Q\,dy + P\,dx = 0,$$

qui est identique avec l'équation différentielle (I). Une intégrale générale de l'équation aux différentielles totales (III)

$$\varphi(y', y, x) = \text{const.}$$

est évidemment une intégrale première générale de l'équation différentielle donnée (I).

» La détermination de la fonction additive α exige, comme on voit, une solution particulière ou *singulière* de l'équation aux dérivées partielles (II). Il y a ainsi bien des cas où l'on peut transformer l'équation différentielle donnée $F = 0$ en une équation aux différentielles totales complètement intégrable *sans* intégration.

» En général, soit donnée l'équation différentielle du $(m+1)^{\text{ième}}$ ordre

$$(IV)\qquad F(y^{(m+1)} \ldots y', y, x) = 0,$$

où F est linéaire par rapport à $y^{(m+1)}$. L'équation différentielle $F = 0$ peut s'écrire sous la forme d'une équation aux différentielles totales

$$P_1\,dy^{(m)} + P_2\,dy^{(m-1)} + \ldots + P_{m+1}\,dy + P_{m+2}\,dx = 0,$$

où les P sont des fonctions de $x, y, y', \ldots, y^{(m)}$.

» En ajoutant ici autant d'identités

$$\alpha_n[y^{(m)}, \ldots, y, x]\,dy^{(k-1)} - \alpha_n[y^{(m)}, \ldots, y, x]\,y^{(k)}\,dx = 0,$$

$$\alpha_m[y^{(m)}, \ldots, y, x]\,dy^{(k)} - \alpha_m[y^{(m)}, \ldots, y, x]\frac{y^{(k+1)}}{y^{(k-i)}}\,dy^{(k-i-1)} = 0,$$

qu'il y a de conditions d'intégrabilité et déterminant comme ci-dessus les

α par ces conditions, on aura une équation aux différentielles totales complètement intégrable

$$(V) \qquad Q_1\,dy^{(m)} + Q_2\,dy^{(m-1)} + \ldots + Q_{m+1}\,dy + Q_{m+2}\,dx = 0,$$

qui est identique avec l'équation différentielle donnée (IV). Une intégrale générale

$$\varphi[x, y, \ldots, y^{(m)}] = \text{const.}$$

de l'équation aux différentielles totales (V) est ainsi une intégrale première générale de l'équation différentielle donnée (IV). »

PHYSIQUE. — *Sur la propagation du son dans un tuyau cylindrique.* Note de MM. **J. Violle** et **Th. Vautier**, présentée par M. Mascart.

« Si nous portons notre attention sur les sons fondamentaux, nous trouvons qu'ils présentent des différences considérables quant à la longueur du trajet au bout duquel ils cessent d'être perceptibles à l'oreille. La grande flûte de 16 pieds (ut_{-1}) donne quatre retours; les flûtes de 8 pieds (ut_1) et de 4 pieds (ut_2), les cuivres du registre grave, n'en offrent plus que trois dans leurs notes basses (de mi_{-1} à ut_1) et deux dans leurs notes élevées (de sol_1 à sol_2); les cuivres du registre moyen, trompettes en *ut* et en *fa*, piston en $si\flat$, fournissent un retour de sol_2 à mi_4 et rien au delà. Les sons élevés de la petite flûte d'orchestre, fa_6, $la_6^{\flat}$, $ré_7^{\flat}$, deviennent rapidement mauvais : quand ils ont parcouru respectivement 3000^m, 2600^m, 1800^m, l'oreille ne perçoit plus qu'un bruit sans caractère musical, qui s'éteint lui-même 200^m plus loin. Ainsi, le son le plus grave que nous ayons employé, ut_{-1} de 32 vibrations doubles, portait à 23^{km} (avec 7 réflexions), et le plus aigu, $ré_7$ de 4600 vibrations doubles, à 1800^m (sans réflexion). La portée des sons fournis par les instruments usuels diminue donc notablement des notes graves aux notes élevées.

» La netteté de l'émission a d'ailleurs dans toute l'étendue de l'échelle une influence évidente. Dans tous les cas, l'altération du timbre précède l'extinction du son. Au retour, l'ut_4 est encore franchement musical, le mi_4 est déjà moins un son qu'un bruit.

» Si nous comparons la portée des sons fondamentaux à celle des harmoniques, nous serons frappés de cette circonstance que le fa_4 et le sol_4, qui ne reviennent pas en sons fondamentaux, reviennent en harmoniques.

Combien cependant le sol_4, par exemple, quand il constitue le sixième harmonique de l'ut_2 émis par la basse en *ut* ou l'hélice, sonne moins énergiquement au départ que lorsqu'il est lancé directement comme ton fondamental par la trompette ou le piston. Par contre, comme nous l'avons déjà remarqué, le son fondamental des grandes flûtes d'orgue, qui revient trois et quatre fois, ne ramène avec lui aucun harmonique. Et toutefois, au moins pour la flûte de 16 pieds, l'octave paraît avoir, au départ, une intensité comparable à celle du son fondamental et très supérieure à celles d'harmoniques, tels que ceux du violoncelle, qui reviennent très franchement.

» Bien que nous laissions momentanément de côté tout ce qui se rapporte aux ondes isolées, nous indiquerons cependant encore l'expérience suivante, parce qu'elle est très instructive sous son apparence paradoxale. Si l'on enflamme à l'entrée de la conduite, du côté d'Argenteuil, un mélange de magnésium et de chlorate de potasse, poudre-éclair des photographes, il se produit un bruit fusant sourd et l'on est un peu surpris d'entendre revenir de Cormeilles, quelques dix-sept secondes après, une explosion énergique et donnant lieu à plusieurs retours, comme un coup de pistolet, le front de l'onde s'étant rapidement dressé.

» Dans l'étude, nécessairement très incomplète, que nous venons de faire à l'aide seule de l'oreille, il importe d'abord de remarquer que la perception auditive suppose une certaine amplitude des vibrations de l'air, amplitude d'ailleurs très faible.

» En second lieu, il faut que le mouvement ait conservé sa périodicité. Or, nous avons vu qu'à partir d'un certain trajet un train d'ondes perd son caractère musical. La destruction est d'autant plus rapide que le son est plus aigu et plus intense.

» Si, d'ailleurs, nous portons notre attention sur le phénomène régulier dont nous avons signalé la longue durée pour la plupart des sons à l'intérieur de la conduite d'Argenteuil, nous devons considérer les deux mêmes circonstances : intensité et tonalité.

» Mais l'intensité physiologique des sons musicaux usuels est peu différente (1); l'influence de la tonalité est donc manifeste : un son aigu s'éteint plus vite qu'un son grave.

» De ce fait, rapproché de la relation établie par M. Boussinesq (2)

(1) Violle, *Cours de Physique*, t. II, 1, p. 289; 1888.

(2) Boussinesq, *Journal de Physique*, 2e série, t. X, p. 301; 1891.

entre le coefficient d'extinction et le ralentissement, il résulterait que les sons aigus vont un peu plus vite que les sons graves. L'oreille seule est impuissante à constater la chose : des batteries rapides exécutées à l'origine du tuyau (sur des notes ne différant pas toutefois de plus d'une octave et demie) n'ont pas présenté au retour la moindre différence de rythme, appréciable à l'oreille. Les relevés des graphiques et clichés pourront seuls donner une réponse exacte. Nous devons, toutefois, remarquer que, dans l'analyse d'un timbre musical par le tuyau, les sons se succèdent dans l'ordre voulu : après le ton fondamental, qui doit, en effet, revenir seul en avant, par simple raison ici d'intensité, ce sont les harmoniques les plus élevés qui apparaissent les premiers. »

ÉLECTRICITÉ. — *Sur les attractions et répulsions apparentes des conducteurs électrisés dans un diélectrique fluide.* Note de M. **Gouy**.

« 1. Dans la théorie classique de l'électricité, la force électrostatique f qui s'exerce entre deux particules électriques données ne dépend absolument que de leur distance. D'autre part, l'expérience et de simples considérations d'énergie montrent que les forces apparentes qui s'exercent entre des conducteurs, de charges données, sont en raison inverse du pouvoir inducteur K du diélectrique liquide ou gazeux qui remplit le champ. Si, pour expliquer ce fait (1), on admet que f, dans un pareil milieu, est en raison inverse de K, on rencontre d'insurmontables difficultés quand on envisage d'autres expériences, en sorte que la théorie présente une lacune sur ce point fondamental.

» Remarquons d'abord qu'il n'est pas évident que les forces apparentes dont il s'agit résultent uniquement des forces électrostatiques émanées des divers points du système, et appliquées à la charge du conducteur considéré. On peut, en effet, concevoir que des forces du même genre attirent chaque élément du diélectrique, et, en raison de sa fluidité, se transmet-

(1) Ce fait ne s'explique nullement, comme on le dit quelquefois, par la considération de la *couche fictive* dite *équivalente* à la polarisation du diélectrique, car, sur chaque conducteur, la densité *apparente*, résultant de la densité vraie σ et de la couche fictive, serait $\frac{\sigma}{K}$, et, par suite, l'action mutuelle des conducteurs serait en raison inverse de K^2. La distribution fictive n'est équivalente à la polarisation du diélectrique que pour le calcul du potentiel, et non aux autres points de vue.

tent au conducteur par pression hydrostatique. C'est ce qui a lieu, du reste, pour l'attraction newtonienne de deux solides placés dans un milieu liquide; si, connaissant l'attraction apparente, on voulait en rendre compte en oubliant cette pression hydrostatique, on serait obligé de conclure que la force newtonienne élémentaire dépend du milieu ambiant.

» Je pense que telle est, en effet, la solution de la difficulté, car l'expérience et la théorie de la polarisation diélectrique montrent que de pareilles forces agissent en réalité sur les diélectriques.

» 2. Considérons des conducteurs électrisés A, B, C, ..., placés dans le vide. Le conducteur A peut être regardé comme soumis à des forces appliquées à chaque élément ds de sa surface, dirigées suivant la normale extérieure, et égale à $2\pi\sigma^2\,ds$, en appelant σ la densité électrique.

» Supposons maintenant que le champ soit rempli d'un diélectrique liquide, de pouvoir inducteur K. Les charges des conducteurs sont supposées les mêmes que précédemment, et la distribution électrique reste la même. Une particule électrique quelconque du conducteur A est sollicitée par des forces électrostatiques qui émanent : 1° des autres particules électriques existant sur les conducteurs; 2° des éléments du diélectrique polarisé.

» Les premières forces sont les mêmes que précédemment; les secondes ont une résultante nulle. En effet, le diélectrique entier peut être décomposé en couches comprises entre des surfaces équipotentielles infiniment voisines, et chacune de ces couches forme un feuillet diélectrique fermé, qui ne produit de force électrique que dans son épaisseur.

» Ainsi les forces électrostatiques agissant sur la charge du conducteur A sont les mêmes que tout à l'heure, dans le vide. Cependant la force apparente qui sollicite ce conducteur est K fois plus petite; il faut donc qu'il y ait encore d'autres forces mises en jeu par le champ électrique.

» 3. On sait que, dans l'air ou dans le vide, un petit corps diélectrique est attiré vers les régions où l'intensité du champ est la plus grande. Cette attraction, due aux forces électrostatiques agissant sur chaque élément du diélectrique polarisé, existe de même pour le diélectrique qui remplit tout le champ, tel que nous l'envisageons. Le calcul montre qu'en appelant F, en chaque point, la force électrique qui existait dans la première expérience (vide), chaque élément dv du diélectrique liquide est maintenant soumis à une force attractive orientée suivant la direction où F^2 augmente le plus vite, et égale à $\frac{1}{8\pi}\frac{K-1}{K}\frac{dF^2}{dl}dv$, en désignant par dl un élé-

ment de longueur pris sur cette direction (¹). Cette force attractive agissant sur chaque élément du diélectrique, la pression hydrostatique sera en chaque point $\frac{1}{8\pi}\frac{K-1}{K}F^2+p_0$, en désignant par p_0 une constante qui est la pression aux points où le champ est insensible (abstraction faite de la pesanteur).

» Revenons maintenant au conducteur A; l'élément *ds* subira, du fait de cette pression hydrostatique, une force dirigée suivant la normale intérieure et égale à $\left(\frac{1}{8\pi}\frac{K-1}{K}F^2+p_0\right)ds$; d'autre part, les forces électrostatiques directes produisent sur *ds* une force opposée à la précédente et égale à $2\pi\sigma^2 ds$; la force apparente sera donc $\left(2\pi\sigma^2-\frac{1}{8\pi}\frac{K-1}{K}F^2-p_0\right)ds$. Comme on a, près du conducteur, $F=4\pi\sigma$, l'expression précédente s'écrit $\left(\frac{2\pi\sigma^2}{K}-p_0\right)ds$, ce qui est bien le résultat exact (²).

» Ainsi les forces apparentes qui s'exercent entre des conducteurs de charges données, dans un diélectrique liquide, résultent : 1° de leurs attractions et répulsions mutuelles, qui sont les mêmes que dans le vide; 2° de la pression hydrostatique, produite par la force qui attire le diélectrique dans le sens où l'intensité du champ s'accroît le plus vite.

» 4. J'ai employé le langage de la théorie des forces à distance, mais ces résultats paraissent devoir subsister dans toute autre théorie où l'on regarderait les diélectriques pondérables comme formés de molécules placées dans le vide, ce dernier milieu produisant, par un mécanisme quelconque, les effets que nous attribuons aux forces à distance.

» La pression hydrostatique que nous venons de considérer paraît jouer un rôle essentiel dans certains phénomènes, tels que la contraction électrique des gaz, ou la tension maximum des vapeurs dans le champ électrique, comme j'espère le montrer bientôt. »

(¹) Je n'écris pas ici un autre terme, qui disparaît dans le calcul de la pression exercée sur un conducteur.

(²) On voit que nous rendons compte, non seulement de l'action mutuelle des conducteurs, mais encore des forces dues à leur électrisation et tendant à faire varier leur forme ou leur volume, forces qui, à charges données, sont aussi en raison inverse de K. Dans le raisonnement qui précède, les conducteurs sont supposés parfaitement rigides.

ÉLECTRICITÉ. — *Nouvelle méthode de mesure des capacités électriques basée sur la sensibilité de la peau.* Note de M. **H. Bordier**, présentée par M. d'Arsonval (1).

« Le principe de la méthode que je vais indiquer repose sur une expérience de M. le professeur d'Arsonval (2).

» Si l'on place, successivement, en dérivation sur une même bobine induite des condensateurs de capacités croissantes et que l'on cherche, soit à l'aide d'un rhéostat, soit en déplaçant la bobine devant une règle divisée, le moment où l'on perçoit la *sensation minima* produite par le courant sur la peau, on constate que ce moment varie pour chaque capacité ajoutée.

» Si l'on a, par exemple, un microfarad divisé en dixièmes, il est facile de trouver les positions, ou du rhéostat, ou de la bobine, qui correspondent aux sensations initiales produites par chaque dixième de microfarad ajouté. En prenant comme abscisses les capacités et comme ordonnées les différentes positions du rhéostat ou de la bobine, ou obtient une courbe qui représente la variation de la sensibilité cutanée avec les différentes capacités ajoutées. Cette courbe étant établie, il suffit de chercher le moment d'apparition de la sensation produite par le courant faradique, la bobine étant munie du condensateur dont on veut connaître la capacité. En se reportant à la courbe, on lit immédiatement la valeur de la capacité cherchée.

» Comme on le voit, cette méthode utilise l'effet sensitif minimum produit sur les terminaisons nerveuses de la peau. S'il est très difficile d'affirmer l'égalité de deux sensations successivement perçues, il est, au contraire, très facile de reconnaître l'instant précis où une sensation commence.

» Pour que la surface impressionnée et que les conditions d'imbibition de l'épiderme restent les mêmes pendant une expérience, il est utile de plonger les doigts dans deux vases contenant de l'eau et reliés aux deux bornes de la bobine induite.

» Voici un exemple des résultats obtenus par cette méthode :

» La bobine employée avait une résistance de 668 ohms; le diamètre du fil était de $\frac{2}{10}$ de millimètre et sa longueur de 1300^{m}.

---

(1) Séance du 24 juin 1895.

(2) *Archives de Physiologie*, p. 585; 1891.

» L'appareil inducteur doit être muni du condensateur de Fizeau, de manière à effectuer des interruptions bien régulières. Des deux bornes de la bobine induite partent deux fils qui vont à deux petits cristallisoirs pleins d'eau et dont le fond est garni d'une plaque métallique. L'index et le médius plongent chacun dans un vase.

» On cherche d'abord la position que doit occuper la bobine pour que la sensation minima apparaisse : on trouve 19,25. On met alors en dérivation un microfarad divisé en dixièmes et l'on éprouve la sensation minima pour les positions suivantes de la bobine :

Capacités ajoutées.	Positions de la bobine.
microfarad	cm
0	19,25
0,1	16,75
0,2	15,5
0,3	14,5
0,4	13,75
0,5	13
0,6	12,5
0,7	12
0,8	11,6
0,9	11,25
1	11

» On peut remarquer que, à mesure que la capacité de la bobine augmente, il faut la rapprocher de plus en plus. Si l'on construit la courbe dont j'ai parlé plus haut, on constate que tous les points déterminés expérimentalement se trouvent placés sur la même ligne bien régulièrement; ce résultat prouve déjà que cette méthode est susceptible de fournir une assez grande approximation.

» Voici, en effet, les capacités trouvées pour deux condensateurs : condensateur *a* 0,915 microfarad ; condensateur *b* 0,91 microfarad. La méthode du galvanomètre balistique a fourni les nombres suivants : condensateur *a* 0,912 microfarad; condensateur *b* 0,915 microfarad.

» Les effets sensitifs ne sont pas toujours diminués lorsqu'on augmente la capacité d'une bobine; si celle-ci est à gros fil, peu résistant, on trouve que la sensation devient de plus en plus forte à mesure que les capacités ajoutées vont en croissant (ce qui n'avait pas encore été signalé). Avec une

bobine de 0,72 ohm de résistance, le fil ayant une longueur de 60^{m} et un diamètre de $\frac{13}{10}$ de millimètre, j'ai trouvé les nombres suivants :

Capacités ajoutées.	Positions de la bobine.
microfarad	cm
0,0	9,5
0,1	10
0,2	10,4
0,3	10,8
0,4	11,25
0,5	11,7
0,6	12
0,7	12,5
0,8	12,9
0,9	13,4
1	13,8

» On voit qu'ici il a fallu *éloigner* la bobine, au lieu de la rapprocher, comme dans le cas précédent, à mesure que la capacité augmentait. Quoi qu'il en soit, la méthode de mesure des capacités reste applicable dans tous les cas.

» Il est une capacité bien intéressante à connaître et sur laquelle on n'a pas de données bien précises : je veux parler de la capacité du corps de l'homme. La méthode que je viens d'indiquer permet d'obtenir une mesure très approximative de cette capacité. Le sujet isolé est placé en tension sur l'un des fils qui réunissent la bobine au condensateur étalonné; une clef permet de supprimer le corps du circuit ou de l'y remettre.

Résultats :

Capacités ajoutées à la bobine.	Variations de la bobine.	
	1re expérience.	2e expérience.
microfarad	cm	cm
0,0	20,00	19,25
0,1	17,75	16,75
0,1 + le corps	17,7	16,7
0,02	16,75	15,5

» En établissant chaque courbe sur du papier quadrillé de grandes dimensions, on trouve pour la valeur de la capacité du corps : première expérience 0,002 microfarad; deuxième expérience 0,003 microfarad. Valeur moyenne 0,0025 microfarad.

» Cette capacité est environ cinquante-huit fois plus grande que celle d'un conducteur homogène dont la surface serait égale à celle du corps humain. Il est peut-être permis de penser que cette capacité, relativement grande, du corps de l'homme est due à des phénomènes de condensation qui se passent au sein de l'organisme. »

PHYSIQUE. — *Sur la solubilité des liquides surfondus.* Note de M. **Louis Bruner.**

« Les mesures exécutées par M. Walker (1) et relatives à la solubilité des corps solides et fondus ont abouti à démontrer que les courbes de solubilité du même corps, pris aux deux états, se croisent au point de fusion. Ce fait, ainsi que les considérations théoriques s'appuyant sur la théorie du point de transition de Van't Hoff nous amène à conclure que la solubilité d'un corps solide au-dessus du point de fusion serait plus grande que la solubilité du corps liquide et que, au contraire, au-dessous du point de fusion, elle serait plus petite. Il est évident qu'on ne peut soumettre à l'expérience que la seconde partie de cet énoncé, à cause de l'impossibilité de maintenir un corps à l'état solide au-dessus du point de fusion.

» Des expériences confirmant ce résultat, mais portant sur des cas plus compliqués, ont été déjà publiées par M. Alexejew (2).

» J'ai comparé directement les solubilités de l'hyposulfite de soude solide et surfondu dans l'alcool plus ou moins étendu, l'eau ne pouvant pas être employée comme dissolvant, car elle se mélange avec l'hyposulfite de soude liquide à la température ordinaire en toutes proportions. Les solutions du corps solide ont été préparées par les méthodes ordinaires; quant aux solutions d'hyposulfite liquide, je les ai préparées en ajoutant de l'alcool à l'hyposulfite en surfusion. Les deux liquides, après avoir été mélangés, se séparent facilement et la couche inférieure est composée d'hyposulfite de soude, qui ne se congèle pas même pendant plusieurs jours. Les quantités dissoutes pouvaient être facilement déterminées en titrant la liqueur avec une solution d'iode; par plusieurs titrages successifs, je m'assurais de la saturation complète de mes solutions.

» La solubilité d'hyposulfite surfondu a été trouvée régulièrement plus

(1) *Zeitschrift für physikalische Chemie*, t. V, p. 193.

(2) *Wiedemann's Annalen*, t. XXVIII, p. 305.

grande que la solubilité du corps solide. Ainsi, par exemple, 10^{cc} de la solution d'hyposulfite surfondu à la température du laboratoire, 21°, exigent $12^{cc},6$ d'iode au centième (alcool 83 pour 100) et $14^{cc},2$ (alcool 69 p. 100), tandis que la solution du corps solide dans les mêmes conditions n'exige que $7^{cc},5$ et $10^{cc},4$ d'iode.

» Cette expérience facile à exécuter, même pendant un cours, nous permet de démontrer d'une manière très simple l'application d'un théorème des plus généraux de la Chimie théorique, à savoir que deux systèmes (corps surfondu, corps solide), qui ne sont pas en équilibre entre eux, ne le sont pas envers un troisième (solution du corps). Ces résultats comportent d'ailleurs une réserve, attendu que nous avons affaire ici à un système de trois corps, hyposulfite anhydre, eau et alcool, partagés en deux portions, entre lesquelles les états d'équilibre peuvent être plus multiples que ceux d'un système binaire (¹). »

PHYSIQUE. — *Sur la chaleur spécifique des sels surfondus.* Note de M. **Louis Bruner**.

« Parmi les corps appartenant à la Chimie minérale, ce sont les sels de soude, cristallisant avec une quantité d'eau notable, qui entrent le plus facilement en surfusion : tels les chromate, phosphate, acétate, hyposulfite de soude. J'ai mesuré la chaleur spécifique de ce dernier sel par la méthode ordinaire des mélanges.

» Voici les résultats de ces mesures :

Limites des températures.	Chaleur spécifique.
$94^{o} - 17^{o}$	0,584
83 — 16	0,586
83 — 16	0,588
65 — 16	0,590
55 — 16	0,599
47 — 17	0,602
36 — 17	0,395
2 — 13	0,563

» La courbe que l'on trace d'après ces expériences, en prenant les chaleurs spécifiques pour ordonnées et les températures pour abscisses,

(¹) Ces expériences ont été faites au Laboratoire de M. Berthelot du Collège de France.

présente au voisinage du point de fusion (48°), le maximum très sensible que j'ai signalé précédemment pour les chaleurs spécifiques du thymol. »

CHIMIE MINÉRALE. — *Sur l'acide paratungstique.* Note de M. **L.-A. Hallopeau**, présentée par M. Troost.

« Les deux seuls hydrates d'acide tungstique que l'on connaisse avec certitude sont l'hydrate jaune insoluble TuO^3, H^2O, et l'acide métatungstique soluble $4TuO^3, H^2O + Aq$. Au cours de recherches sur les paratungstates, c'est-à-dire sur les tungstates acides de formule

$$12TuO^3, 5M^2O + Aq,$$

j'ai voulu essayer de préparer l'hydrate correspondant, qui est inconnu, et dont l'existence a été niée par certains auteurs. Je n'ai pas encore pu faire cristalliser l'acide paratungstique; mais il m'a été possible d'obtenir des solutions renfermant ce corps à l'état de pureté, ce qui m'a permis d'en étudier les propriétés.

» *Préparation.* — J'ai appliqué successivement à la recherche de l'acide paratungstique les différentes méthodes employées en général pour la préparation des acides.

» La décomposition du paratungstate de plomb par l'hydrogène sulfuré ne donne aucun résultat, l'acide paratungstique étant réduit par l'acide sulfhydrique au fur et à mesure de sa production, avec formation d'oxyde bleu de tungstène, puis d'hydrate tungstique jaune.

» La décomposition du paratungstate mercureux par une quantité un peu insuffisante d'acide chlorhydrique permet d'obtenir une solution d'acide paratungstique; mais cet acide n'est pas absolument pur. Pour le purifier, il faut, après filtration du chlorure mercureux, faire passer dans la liqueur quelques bulles d'hydrogène sulfuré, afin d'éliminer un peu de mercure resté dissous à l'état de chlorure. Cela occasionne plusieurs inconvénients. L'hydrogène sulfuré détermine une légère réduction de la liqueur qui prend une teinte bleuâtre.

» En outre, le sulfure de mercure précipité ne se dépose que par une forte ébullition de la dissolution, ce qui amène une transformation partielle de l'acide paratungstique en acide métatungstique, ainsi que je l'établirai plus loin. Enfin la décomposition par l'acide sulfhydrique de la petite quantité de chlorure mercureux demeuré dissous détermine la production d'une faible proportion d'acide chlorhydrique.

» L'action de l'acide chlorhydrique en quantité un peu insuffisante sur le paratungstate d'argent donne une solution d'acide paratungstique pur; mais le chlorure

d'argent précipité dans ces conditions, sans excès d'acide chlorhydrique, ne se dépose pas, et la filtration en est fort difficile.

» La méthode la plus certaine et la plus commode pour préparer l'acide paratungstique consiste à décomposer par une quantité insuffisante d'acide sulfurique le paratungstate de baryte, qui s'obtient très facilement à l'état de poudre insoluble en mélangeant des dissolutions chaudes de paratungstate de soude et de chlorure de baryum. On purifie ce paratungstate de baryte par des lavages à l'eau chaude, on le met en suspension dans de l'eau, et l'on fait tomber goutte à goutte de l'acide sulfurique dans la liqueur, en agitant constamment. Il faut avoir soin d'employer une quantité insuffisante d'acide sulfurique, et de le verser très lentement; sinon, à un moment donné, l'acide sulfurique que l'on ajoute décompose partiellement l'acide paratungstique formé, avec production d'hydrate tungstique jaune. On filtre, pour séparer le sulfate de baryte et l'excès de paratungstate de baryte; le liquide filtré est une dissolution d'acide paratungstique pur. Malheureusement, la concentration de la liqueur, même dans le vide à la température ordinaire, en détermine à un moment donné la décomposition partielle avec formation d'un hydrate tungstique blanc. Il reste finalement, comme résidu de l'évaporation, une masse vitreuse : c'est de l'acide paratungstique renfermant toujours une quantité assez notable d'hydrate tungstique, qui forme des flocons blancs insolubles lorsqu'on redissout la matière dans l'eau.

» *Propriétés. — Action de la chaleur.* Les solutions étendues d'acide paratungstique ne se décomposent pas par la chaleur; mais une ébullition prolongée transforme partiellement l'acide paratungstique en acide métatungstique. Pour le démontrer, j'ai fait bouillir une dissolution d'acide préparé par le paratungstate mercureux, et dans la liqueur bouillante j'ai ajouté du carbonate de baryte en excès. Il s'est dégagé de l'acide carbonique en abondance, et la plus grande partie de l'acide paratungstique s'est précipitée à l'état de paratungstate de baryte insoluble. En filtrant et concentrant le liquide filtré dans le vide, il s'est formé d'abord une nouvelle quantité de paratungstate de baryte, puis des octaèdres quadratiques volumineux, blancs laiteux, de métatungstate de baryte $4\,Tu\,O^3$, $Ba\,O + 9\,H^2O$.

» *Action des alcalis.* — La neutralisation exacte de l'acide paratungstique par le carbonate de soude, sans excès de ce dernier, donne par concentration des cristaux prismatiques de paratungstate de soude

$$12\,Tu\,O^3,\ 5\,Na^2O + 28\,H^2O.$$

Il se produit en même temps un peu de tungstate neutre, et la liqueur devient alcaline.

» *Action des acides.* — Les acides sulfurique, chlorhydrique, azotique décomposent à froid les solutions étendues d'acide paratungstique. L'acide sulfhydrique les réduit avec production d'oxyde bleu ou d'oxyde vert; dans

les liqueurs très étendues, en prolongeant le courant d'hydrogène sulfuré et en évitant l'action de l'air, on peut obtenir successivement une coloration verte, puis une coloration rouge. L'acide acétique et l'acide phosphorique ne décomposent les solutions étendues d'acide paratungstique ni à froid, ni à chaud. L'acide carbonique est sans action.

» Les matières organiques réduisent l'acide paratungstique avec formation d'oxyde bleu ; le papier sur lequel on a filtré une solution de cet acide prend une teinte bleue.

» L'addition d'alcool à l'acide donne également de l'oxyde bleu sous l'influence des rayons solaires; par la concentration, il se précipite de l'hydrate tungstique blanc.

» En résumé, il est facile d'obtenir des solutions d'acide paratungstique, présentant toutes les réactions connues des paratungstates et se transformant en acide métatungstique sous l'influence de l'ébullition, de la même façon que les paratungstates se transforment en métatungstates. L'acide paratungstique existe donc réellement, comme le voulait Laurent; mais le peu de stabilité de sa molécule en amène le dédoublement en acide tungstique et eau par la simple concentration de ses solutions. Ce fait suffit à le différencier de l'acide tungstique colloïdal de Graham, qui peut être évaporé à sec et chauffé jusqu'à 200° sans se décomposer, et que Klein avait proposé de rapprocher de l'hydrate paratungstique (1) »

CHIMIE ANALYTIQUE. — *Sur le dosage de l'alumine dans les phosphates.* Note de M. **Henri Lasne**, présentée par M. Friedel.

« Le dosage de l'alumine dans les phosphates présente, en même temps qu'un intérêt scientifique, une grande importance commerciale et industrielle. On sait, en effet, que la présence des sesquioxydes est très nuisible à la fabrication du superphosphate. Si le fer est facile à doser par liqueurs titrées, la séparation de l'alumine est fort difficile, et les méthodes proposées dans ce but pèchent, ou bien par une inexactitude inadmissible, ou bien par une grande difficulté d'exécution.

Dissolution du phosphate. — Je préfère attaquer par l'acide chlorhydrique, avec évaporation à sec *en présence du résidu.* Les fluorures sont complètement décomposés et la silice insolubilisée ; ces deux conditions sont indis-

(1) Travail fait au Laboratoire de Chimie générale de la Sorbonne.

pensables, car la silice et les fluosilicates accompagneraient l'alumine dans ses réactions.

Pour faciliter l'exécution du procédé décrit plus loin, il est bon de reprendre par la moindre quantité possible d'acide chlorhydrique, soit 1 à 1^{cc},5 par gramme de phosphate; on étend de 20 volumes d'eau, on chauffe; après une demi-heure, on filtre et la liqueur est prête pour le dosage de l'alumine.

» Dans toutes les méthodes proposées jusqu'ici, on précipite les deux sesquioxydes ensemble, soit à l'état libre, soit à l'état de phosphates. On redissout le précipité après l'avoir pesé, pour y doser le fer par liqueurs titrées; on calcule l'alumine. Cette manière d'opérer serait certainement légitime si l'on était sûr d'avoir toute l'alumine et de connaître exactement la composition du précipité obtenu.

» La séparation de l'acide phosphorique conduit toujours à des opérations longues et laborieuses, si l'on veut conserver l'exactitude complète. L'acide molybdique notamment ne peut être séparé des sesquioxydes que par l'acide sulfhydrique.

» Les méthodes où l'on pèse les sesquioxydes à l'état de phosphates pèchent par la base, en ce qu'on ne connaît pas la composition du précipité obtenu, qui est très variable, comme le montre l'étude suivante :

» *Précipitation de l'alumine à l'état de phosphate.* — Deux points sont à examiner : la solubilité et la composition du précipité.

» En liqueur *acétique,* le phosphate d'alumine est assez soluble pour entraîner des pertes considérables et faire rejeter sans appel ce mode de précipitation ou de séparation. La solubilité diminue à l'ébullition.

» En liqueur *à peine ammoniacale,* en présence du chlorhydrate d'ammoniaque, la solubilité est nulle, et la précipitation intégrale.

» J'attire l'attention sur un mode de précipitation qui n'a pas encore été appliqué. Une demi-heure d'ébullition avec l'*hyposulfite d'ammoniaque* suffit à la précipitation complète (au lieu de trois heures pour l'alumine pure). Le précipité se filtre et se lave avec facilité : il est grenu comme l'alumine dans le procédé Chancel. La solubilité est si faible qu'il faut les plus grands soins pour la constater.

» La composition du précipité varie avec la méthode, le degré d'acidité de la liqueur et l'excès d'acide phosphorique qu'elle contient, et cela progressivement.

» La quantité d'acide phosphorique unie à une même quantité d'alumine est minima en liqueur faiblement ammoniacale où le phosphate neutre est en partie dissocié, même quand la liqueur contient quinze fois plus d'acide

phosphorique qu'il n'est nécessaire. En liqueur acétique, au contraire, et surtout à l'ébullition, la composition du phosphate neutre est dépassée, même en présence d'un très faible excès d'acide phosphorique.

» Si nous examinons de plus près la précipitation par l'hyposulfite d'ammoniaque, nous voyons que la proportion d'acide phosphorique dans le précipité ne suit pas régulièrement l'excès contenu dans la liqueur où il se forme. Si, partant d'une liqueur contenant les éléments du phosphate d'alumine neutre, nous y ajoutons des doses croissantes de phosphate d'ammoniaque, la proportion d'acide phosphorique dans le précipité, d'abord inférieure à celle qui correspond au phosphate neutre, va en croissant très rapidement, jusqu'à une teneur de la liqueur représentant un excès de $0^{gr},5$ d'acide phosphorique par litre; *entre* $0^{gr},6$ *et* 1^{gr}, *elle reste stationnaire et correspond exactement au phosphate neutre;* au delà, elle s'accroît à nouveau.

» On obtiendra donc exactement le phosphate neutre si l'on opère la précipitation dans une liqueur contenant par litre $0^{gr},8$ d'acide phosphorique à l'état de phosphate d'ammoniaque, et cette condition présente une élasticité suffisante pour être facilement réalisée.

» Quand la liqueur contient des alcalis, le phosphate d'alumine entraîne à l'état de phosphate une certaine proportion de ces corps, formant une sorte de laque.

» Le précipité doit être calciné quinze minutes au chalumeau, pour perdre entièrement son eau de combinaison.

» *Nouvelle méthode de séparation de l'alumine.* — La soude dissout l'alumine en présence d'un excès d'acide phosphorique; toutes les bases qui l'accompagnent habituellement, chaux, magnésie, fer, manganèse, sont entièrement précipitées soit à l'état de phosphates, soit à l'état de sesquioxydes. Pour que la séparation soit complète, l'acide phosphorique doit être en excès, sans quoi il se formerait un aluminate de chaux indécomposable par la soude. Cette condition étant remplie, il ne reste pas trace d'alumine dans le précipité. Pour s'en assurer, il faut prendre quelques précautions pendant le lavage, pour éviter la carbonatation de la soude.

» La solution d'alumine étant obtenue, deux précipitations successives sont nécessaires, puisque dans la seconde seulement on sera maître de réaliser les conditions qui permettent d'obtenir un composé pur et de composition connue.

» Par exemple, pour 1,25 de phosphate, en solution privée de silice et faiblement acide, on dissoudra dans une capsule en nickel 5^{gr} de soude caustique *exempte de silice et d'alumine*, et 1^{gr} de phosphate de soude (1). On y versera la solution de phos-

(1) Tenir compte de la quantité de chaux contenue dans le phosphate à l'état de

phate en agitant, et l'on maintiendra une heure vers 100°. On complètera 250cc et l'on corrigera, pour tenir compte du volume du précipité, en ajoutant 0cc,5 d'eau. On prélèvera 200cc sur la liqueur filtrée, continuant l'opération sur 1gr et évitant ainsi tout inconvénient relatif à la carbonatation pendant le lavage.

» La première précipitation se fera en acidulant, ajoutant du chlorhydrate d'ammoniaque, puis de l'ammoniaque en très faible excès : elle est intégrale. Le précipité gélatineux serait difficile à laver, mais cela est inutile. Il suffit de l'égoutter; on le redissout ensuite très facilement dans l'acide chlorhydrique étendu au $\frac{1}{20}$ et chauffé.

» A la solution ainsi obtenue on ajoute 3cc,5 d'une solution de phosphate d'ammoniaque pur à 10 pour 100, soit environ 0gr,187 d'acide phosphorique; on neutralise par l'ammoniaque sans aller jusqu'à un précipité persistant, on étend à 250cc environ, et l'on ajoute 1gr,5 d'hyposulfite d'ammoniaque. On fait bouillir une demi-heure en maintenant le volume, puis on ajoute cinq gouttes d'acétate d'ammoniaque en solution saturée, et l'on continue l'ébullition pendant dix minutes. On filtre et on lave complètement à l'eau chaude. On incinère et l'on calcine quinze minutes au chalumeau. Le poids du précipité multiplié par 0,418 donne le poids de l'alumine : on ajoutera 0mgr,8 pour tenir compte de la faible solubilité constatée.

» Cette méthode, soumise à de nombreuses vérifications synthétiques, s'est montrée absolument rigoureuse.

» Elle évite toutes les complications entraînées par l'emploi du citrate ou de l'acide molybdique; par suite, elle est plus rapide qu'aucune de celles qui ont été proposées jusqu'ici, et, en même temps, d'une exécution facile et sûre.

» Les nombreuses déterminations numériques ayant servi à l'établissement et au contrôle de la méthode, ainsi que les développements qui s'y rapportent et ne peuvent trouver place ici, seront donnés dans un Mémoire plus étendu qui paraîtra prochainement au *Bulletin de la Société chimique*. »

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur l'amidure de sodium.* Note de M. **de Forcrand**.

« On connaît les belles recherches de Gay-Lussac et Thenard sur les amidures alcalins AzH^2M, composés dont ils établissaient la composition en mesurant le volume d'hydrogène produit par l'action du métal sur le gaz ammoniac. Les travaux plus récents de Weyl, du Seely et de

---

carbonate. Dans les phosphates très calcaires cette quantité de phosphate de soude pourrait être insuffisante.

M. Joannis ont appris à préparer les amidures et même les azotures en passant par l'intermédiaire du potassammonium et du sodammonium.

» M. Joannis a donné un procédé qui permet d'obtenir AzH^2Na incolore et cristallisé, et a déterminé la chaleur de formation du sodammonium :

$$AzH^3 \text{ liq.} + Na \text{ sol.} = AzH^3Na \text{ sol} \ldots\ldots\ldots\ldots + 0^{Cal},8$$

nombre qui deviendrait sensiblement nul à partir de AzH^3 solide.

» I. Je me suis proposé de faire l'étude thermique de l'amidure de sodium AzH^2Na. Je l'ai préparé par la méthode suivante :

» Du gaz ammoniac bien sec passe dans un tube de verre sur du sodium fondu dans des nacelles de fer.

» Tant qu'il reste un excès de métal, on n'obtient qu'un liquide bleu verdâtre (sodammonium). Mais, dès que le métal a disparu, il se dégage de très abondantes vapeurs blanches, qui se condensent en partie dans des flacons secs et refroidis placés à la suite. Ce corps étant assez volatil, on en perd toujours une portion, qui est entraînée au dehors par le courant d'ammoniac, laissant, dans les tubes, une légère neige blanche. A la fin de l'opération, on chauffe les nacelles au rouge.

» Avec 4^{gr} à 5^{gr} de sodium, on obtient seulement 1^{gr} environ d'amidure.

» Ce corps, qui doit être recueilli rapidement et à l'abri de l'air, contient 58,81 pour 100 de sodium (calculé pour AzH^2Na : 58,97 pour 100).

» Il n'est pas cristallisé comme le produit obtenu par M. Joannis (¹), mais amorphe, blanc, très léger. Exposé à l'air, il absorbe en même temps l'eau, l'anhydride carbonique et l'oxygène, se transformant en un mélange d'hydrate de soude, de carbonate et d'*azotite*. Cette oxydation du groupe AzH^2 a lieu d'autant plus complètement que la matière est plus légère.

» En présence de l'eau, il se forme de l'ammoniaque et de la soude. Cette réaction est très vive ; lorsqu'on opère à l'air libre, le gaz ammoniac s'enflamme et l'on s'expose à des explosions violentes.

» J'ai dû effectuer cette dissolution dans l'eau en opérant sur de très petites quantités (de $0^{gr},2$ à $0^{gr},5$) ajoutées peu à peu dans le calorimètre à de l'eau bouillie saturée d'azote et dans une atmosphère d'azote.

» Entre + 20° et + 22° j'ai obtenu, dans trois expériences,

$$\left.\begin{array}{l} +\ 31^{Cal},40 \\ +\ 30,44 \\ +\ 31,29 \end{array}\right\} \quad \text{Moyenne} \ldots\ldots\ldots + 31^{Cal},04$$

(¹) *Comptes rendus*, t. CXII, p. 392.

pour la chaleur de dissolution de AzH^2Na (39^{gr}) dans un grand excès d'eau.

» II. Ce résultat permet de calculer les réactions suivantes :

$$AzH^3 \text{ gaz} + Na \text{ sol.} = H \text{ gaz} + AzH^2Na \text{ sol.} \ldots\ldots\ldots + 20,84$$
$$AzH^3 \text{ liq.} + Na \text{ sol.} = H \text{ gaz} + AzH^2Na \text{ sol.} \ldots\ldots\ldots + 16,44$$

» Ce dernier nombre devrait encore être diminué, probablement de $0^{Cal},5$ à 1^{Cal} si l'on voulait rapporter la réaction à AzH^3 solide. Il en résulte que la valeur thermique de substitution sodique de AzH^3 solide serait comprise entre $+15^{Cal},5$ et $+16^{Cal}$.

» Ce nombre est d'environ 7^{Cal} plus faible que celui que j'ai trouvé récemment pour l'acétylène ($+22,65$), lequel est plus faible de 7^{Cal} que la valeur moyenne des alcools ($+29,88$), tandis que le passage des alcools aux phénols correspond à $+9^{Cal}$ environ, et celui des phénols aux acides à $+11^{Cal}$.

» Ces résultats précisent les différences d'acidité remarquées depuis longtemps entre ces diverses fonctions. Ils nous montrent, en outre, contrairement à ce qu'on pouvait penser, que ces différences diminuent avec la valeur absolue de l'acidité; de sorte que, même dans l'ammoniac, on retrouve un corps capable de produire directement des substitutions métalliques avec un dégagement de chaleur qui est encore la moitié de celui que produiraient l'eau ou l'alcool solides, et le tiers de celui fourni par les acides.

» III. On peut encore calculer les réactions suivantes :

$$Az \text{ gaz} + H^2 \text{ gaz} + Na \text{ sol.} = AzH^2Na \text{ sol.} \ldots\ldots\ldots + 33^{Cal},04$$

et

$$AzH^3Na \text{ sol.} = H \text{ gaz} + AzH^2Na \text{ sol.} \ldots\ldots\ldots + 15^{Cal},64$$

Cette dernière réaction correspond à la dissociation du sodammonium. Enfin, mais avec des réserves sur lesquelles il est inutile d'insister, les résultats qui précèdent donnent une idée de la chaleur de formation de l'ammonium AzH^4. On peut conclure, en effet, des expériences de M. Joannis que le sodammonium solide a sensiblement la même chaleur de formation que AzH^3 solide. D'autre part, il paraît probable que les deux réactions

$$AzH^3 \text{ sol.} + Na \text{ sol.} = H \text{ gaz} + AzH^2Na \text{ sol.}$$

et

$$AzH^4 \text{ sol.} + Na \text{ sol.} = H \text{ gaz} + AzH^3Na \text{ sol.}$$

dégagent à peu près la même quantité de chaleur. Il en résulte que

$$AzH^3 \text{ sol.} + H \text{ gaz} = AzH^4 \text{ sol.}$$

correspond à une *absorption* de chaleur comprise entre $-15^{Cal},5$ et -16^{Cal}. On ne doit donc pas désespérer de trouver des conditions favorables pour réaliser cette réaction endothermique. »

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur les éthers phosphoriques de l'alcool allylique. Acide allylphosphorique.* Note M. **J. Cavalier**, présentée par M. Troost.

« L'alcool allylique peut être éthérifié directement par l'acide phosphorique ; l'acide cristallisé, en effet, ajouté à de l'alcool allylique, se dissout avec dégagement de chaleur, et après quelques heures de contact à une température voisine de 100°, il s'est formé une petite quantité d'*éther monoallylique* ou *acide allylphosphorique* $PO^4C^3H^5H^2$; le rendement est faible.

» On obtient un bien meilleur résultat en remplaçant l'acide par son anhydride. L'action de l'anhydride phosphorique sur l'alcool allylique est très énergique et produit la carbonisation presque complète de la matière. On la modère et on la rend très régulière en diluant l'alcool dans son volume d'éther absolu, ajoutant l'anhydride peu à peu et refroidissant. Après distillation d'une partie de l'éther, le produit, repris par l'eau, se sépare en deux couches. La couche supérieure, fortement colorée, peu abondante, insoluble dans l'eau, soluble dans l'éther, renferme probablement du phosphate triallylique. La couche aqueuse inférieure, acide, à peine colorée, est saturée à chaud par du carbonate de baryum, puis par de l'eau de baryte jusqu'à neutralité à la phtaléine du phénol, et filtrée; par évaporation à une douce chaleur, la solution laisse déposer un précipité cristallin, blanc, d'*allylphosphate de baryum* anhydre : l'analyse du produit séché dans l'air sec conduit à la formule $PO^4C^3H^5Ba$.

» Ce corps est soluble dans 10 fois son poids d'eau, vers 20°, et dans 50 fois son poids d'eau, vers 90°; aussi sa solution, saturée à froid, laisse déposer de petits cristaux de sel anhydre lorsqu'on la chauffe lentement. Évaporée dans l'air sec à une température relativement basse (10° environ), elle abandonne de grands cristaux plats, incolores, très efflorescents, constitués par un hydrate à 5 molécules d'eau, devenant

anhydres, même en présence de l'eau, dès que la température dépasse 40°.

» En précipitant le baryum du sel précédent par la quantité correspondante d'acide sulfurique, on obtient une solution d'acide allylphosphorique. L'évaporation dans le vide sec, à la température ambiante, laisse un résidu sirupeux, incristallisable, d'acide légèrement décomposé.

» Vis-à-vis des réactifs colorés l'acide allylphosphorique se comporte comme la plupart des acides oxygénés du phosphore : la neutralité au méthylorange est obtenue par l'addition d'une molécule de soude, la neutralité à la phtaléine par 2 molécules. Il donne deux séries de sels; des sels neutres $PO^4C^3H^5M^2$, et des sels acides $PO^4C^3H^5MH$.

» *Allylphosphates neutres.* — Les sels alcalins s'obtiennent facilement en ajoutant à une solution d'acide allylphosphorique un alcali jusqu'à neutralité à la phtaléine, évaporant ensuite dans le vide sec; ils sont très déliquescents.

» Le sel de *potassium* est un sirop incristallisable.

» Le sel de *sodium* $PO^4C^3H^5Na^2$ est une masse blanche, anhydre, formée de cristaux enchevêtrés.

» Le sel d'*ammonium* $PO^4.C^3H^5.(AzH^4)^2$, également anhydre, fond vers 75° en un liquide sirupeux, restant facilement en surfusion, se solidifiant lentement en cristallisant.

» Les autres sels neutres sont, pour la plupart, moins solubles que le sel de baryum, on pourra donc les préparer par double décomposition.

» Les sels de *calcium* et de *strontium* sont des précipités cristallisés, se formant lentement, solubles dans un grand excès d'eau ; le sel de strontium est plus soluble que celui de calcium.

» Les sels de *zinc*, de *manganèse*, de *plomb*, beaucoup moins solubles, se précipitent immédiatement sous forme d'une poudre amorphe, quand on opère en solution concentrée; en liqueur étendue, au contraire, la précipitation est lente et donne des produits cristallisés.

» Le sel de *cuivre* est un précipité bleu pâle soluble dans l'ammoniaque.

» *Sel d'argent* $PO^4.C^3H^5Ag^2$. — En ajoutant quelques gouttes d'une solution argentique à une solution d'allylphosphate de baryum il se forme un précipité blanc, amorphe, qui se redissout immédiatement; la liqueur laisse déposer ensuite lentement de très petits cristaux, brillants, légèrement altérables à la lumière, qui, séchés à 100°, ont pour composition $PO^4C^3H^5.Ag^2$.

» Tous ces sels neutres, peu solubles dans l'eau, se dissolvent facilement dans les acides étendus en donnant des sels acides.

» *Allylphosphates acides.* — J'ai préparé les dérivés alcalins et alcalino-terreux à l'état cristallisé : il suffit de saturer une solution d'acide allylphosphorique jusqu'à neutralité au méthylorange et d'évaporer dans le vide sec.

» Le sel de *potassium* $PO^4.C^3H^5.KH$ forme une masse cristalline très déliquescente, anhydre après dessiccation dans le vide à la température ambiante.

» Le sel de *sodium* $PO^4C^3H^5NaH$ anhydre est beaucoup moins déliquescent que le sel neutre correspondant.

» Le sel d'*ammonium* $PO^4C^3H^5(AzH^4)H$, également anhydre, forme des lamelles cristallines, onctueuses au toucher, peu déliquescentes, fusibles à 93° et cristallisant par solidification.

» Le sel de *baryum* $[PO^4C^3H^5H]^2Ba + H^2O$ se dépose par refroidissement de sa solution concentrée à chaud en un amas de petits cristaux blancs, brillants, très solubles dans l'eau chaude.

» L'action du brome sur l'acide allylphosphorique m'a paru présenter des particularités dont je poursuis l'étude (¹). »

CHIMIE ORGANIQUE. — *Préparation et conductibilité de nouveaux éthers cyanométhiniques.* Note de M. **J. Guinchant**, présentée par M. Friedel.

» J'ai montré précédemment (²) que parmi les acides méthiniques étudiés, les seuls qui aient en solution aqueuse une stabilité suffisante pour permettre de mesurer facilement leur conductibilité, étaient ceux qui possédaient parmi les trois radicaux négatifs au moins un radical CAz.

» J'ai préparé un certain nombre de nouveaux éthers acylcyanacétiques suivant la méthode de M. Haller, par l'action d'un chlorure acide sur un éther cyanacétique sodé. L'éther acylcyanacétique formé était isolé du produit brut de la réaction en le précipitant à l'état de sel cuprique par une solution d'acétate de cuivre ; il était de nouveau mis en liberté de ce sel convenablement purifié, puis finalement distillé sous pression réduite. Les corps nouveaux ainsi préparés sont :

» 1° Le *propionylcyanacétate de méthyle*, *2-méthylnitrile-3-pentanonoate de méthyle.* — Cristaux fondant à 39°-40°, distillant à 130° sous 43^{mm}.

(¹) Laboratoire de Chimie de la Faculté des Sciences de Rennes.

(²) *Comptes rendus*, t. CXX, p. 1220.

» 2° Le *butyrylcyanacétate de méthyle*, *2-méthylnitrile-3-hexanonoate de méthyle*. — Liquide incolore distillant à 135°,3 sous 25^{mm} ; cristallise en aiguilles fondant vers 0°.

» 3° L'*isobutyrylcyanacétate de méthyle*, *2-méthylnitrile-4-méthyle-3-pentanonoate de méthyle*. — Cristaux d'apparence octaédrique fondant à 36°-37°, distillant à 139° sous 48^{mm}.

» 4° L'*acétylcyanacétate de propyle*, *2-méthylnitrile-3-butanonoate de propyle*. — Cristaux fondant à 35°-36°, distillant à 133° sous 25^{mm}.

» 5° L'*acétylcyanacétate d'isobutyle*. — Liquide incristallisable à — 15°, distillant à 142° sous 32^{mm}.

» 6° L'*acétylcyanacétate d'amyle*. — Liquide incristallisable à — 15°, distillant à 168° sous 46^{mm}.

» Comme l'acétylacétone et comme les autres acides méthiniques, ces composés donnent avec $FeCl^3$ une coloration rouge et précipitent avec l'acétate de cuivre un sel cuprique; ils déplacent également l'acide acétique des acétates de zinc et d'argent en donnant un précipité blanc insoluble dans l'acide acétique. Les sels de soude cristallisent facilement à l'état d'hydrates qui gardent, par dessiccation dans le vide à 20°, une, deux et même trois molécules d'eau; les sels anhydres sont d'autant plus hygrométriques que leur poids moléculaire est plus élevé.

» La conductibilité de ces sels, dont le Tableau ne peut trouver place ici, les caractérise comme acides monobasiques, la différence $\mu_{1024} - \mu_{32}$ oscillant entre 10 et 12. Leur μ_∞ déduit, d'après la méthode ordinaire, des conductibilités entre $v = 32$ et $v = 1024$ (avec une approximation de $\pm 0{,}5$), a servi à calculer la conductibilité limite a de l'anion et par suite la conductibilité limite de l'acide :

Propionylcyanacétate de méthyle $\mu_\infty = 352$.

Insoluble jusqu'à	v.....	256	512	1024
»	μ.....	122,2	155,0	190,5
»	K.....	0,073	0,069	0,063

Butyrylcyanacétate de méthyle $\mu_\infty = 351$.

v.....	128	256	512	1024
μ.....	86,64	114,8	148,0	184,0
K.....	0,063	0,062	0,060	0,056

Isobutylcyanacétate de méthyle $\mu_\infty = 351$.

μ_{512}.....	138,7	K.....	0,050
μ_{1024}.....	178,0	K.....	0,050

Acétylcyanacétate de propyle $\mu_\infty = 352$.

v.....	128	256	512	1024
μ....	84,4	111,4	143,4	180,4
K....	0,059	0,057	0,055	0,052

Acétylcyanacétate d'isobutyle $\mu_\infty = 352$.

μ_{512}.....	155,5	K.....	0,069
μ_{1024}.....	190,5	K.....	0,063

Acétylcyanacétate d'amyle $\mu_\infty = 351$.

μ_{1014}.....	185,3	K.....	0,057
μ_{2048}.....	225,5	K.....	0,056

» La conductibilité de ces acides décroît lentement avec le temps à 25°; je citerai comme exemple les valeurs de μ_{128} pour le butyrylcyanacétate de méthyle :

Après $\frac{1}{2}$ heure μ_{128}.....	86,64
Après 1 heure $\frac{1}{2}$.....	86,03
Après 6 heures.....	84,11
Après 12 heures.....	81,93

» Si l'on porte les temps en abscisses et les valeurs de μ_{128} en ordonnées, on obtient une droite qui coupe l'ordonnée des temps 0 au point $\mu_{128} = 87$ environ. La variation est donc assez lente pour qu'il n'y ait pas lieu d'en tenir compte dans le cas actuel.

» Cette décroissance de la conductibilité, qui peut expliquer la décroissance progressive de K, est très probablement due à la décomposition lente de l'éther par l'eau. Pour les acétylcyanacétates d'éthyle et de méthyle, cette décomposition fournit en effet, d'après les recherches de M. Held, deux acides beaucoup plus faibles que les composés étudiés : l'acide acétique K = 0,0018, et un acide méthénique complexe.

» La conductibilité des éthers cyanométhéniques va en décroissant pour les trois premiers termes à mesure que le poids moléculaire s'élève; elle croît à nouveau pour l'acétylcyanacétate d'isobutyle, qui n'est plus, il est vrai, un homologue normal; il est cependant à remarquer que M. Ostwald a trouvé le même fait, dans les acides gras, pour l'acide butyrique (1). »

(1) Ce travail a été fait au laboratoire de M. Haller, à l'Institut chimique de Nancy.

MINÉRALOGIE. — *Vérification de la loi de Tschermak relative aux plagioclases et nouveau procédé d'orientation et de diagnostic des feldspaths en plaque mince.* Note de M. **A. Michel-Lévy**, présentée par M. Fouqué.

« Lorsque deux minéraux peu biréfringents sont juxtaposés en plaque très mince, ils présentent entre les nicols croisés huit positions d'égale intensité lumineuse (1), quatre par quatre à angles droits; l'une de ces séries amène à un commun éclairement, non seulement des deux minéraux juxtaposés, mais encore des portions de la plaque mince où ils se superposent. Dans ce qui va suivre, nous ne considérerons que les positions d'*égal éclairement total* qui peuvent être caractérisés par le plus petit angle que fait alors une des sections principales des nicols avec la trace d'un plan fixe, tel que la face g^1 (010) des plagioclases qui est jalonnée par les mâcles suivant la loi de l'albite.

» D'autre part, M. Tschermak a démontré que les divers plagioclases se comportent, au point de vue chimique, comme des mélanges d'albite et d'anorthite; Max Schuster et Mallard ont prouvé que les propriétés optiques des plagioclases étudiées sur les faces p (100) et g^1 (010) se déduisent, approximativement aussi, de cette même hypothèse.

» Le plus souvent, les cristaux des plagioclases du premier temps de consolidation des roches éruptives sont zonés et présentent, du centre à la périphérie, des variations de composition chimique corrélatives de variations dans les propriétés optiques. Si la loi de Tschermak était rigoureuse, il existerait, pour chaque section d'orientation déterminée, un angle caractéristique d'éclairement commun qui correspondrait à l'effacement simultané de toutes les zones d'accroissement des plagioclases et donnerait une apparence homogène au cristal fondamental, en réalité hétérogène.

» Les épures que j'ai données (2) des principaux plagioclases permettent de déterminer cet angle pour chaque pôle de la projection stéréographique, et d'en dresser une épure analogue à celles qui résument les angles d'extinction. Il suffit de superposer les épures I et VII afférentes à l'albite et à l'anorthite et, en tenant compte des biréfringences, d'appliquer une formule très simple (3).

---

(1) *Comptes rendus*, t. XCIII, p. 93, et t. XCIV, p. 178; 1882.

(2) *Étude sur la détermination des feldspaths*. Paris, Baudry; 1894.

(3) Soient b_1 et b_2 les biréfringences des sections de même orientation d'albite e

» L'épure ainsi dressée, des angles d'*égal éclairement total de l'albite et de l'anorthite*, permet une série de vérifications intéressantes et, de plus, elle donne, dans bien des cas, un moyen précieux d'orientation qui, combiné avec les angles d'extinction, supprime toute indécision dans le diagnostic des plagioclases en plaque mince, même lorsque l'on ne peut en étudier qu'une seule section.

» 1° La loi de Tschermak ne s'applique pas rigoureusement au point de vue optique : l'égal éclairement total ne se produit pas rigoureusement lorsque l'on examine des plagioclases présentant de grandes variations de composition. A ce point de vue, j'ai étudié avec fruit une série de granites récents de la Grande-Galite, que M. Vélain a bien voulu me confier et dans lesquels les plagioclases présentent une association continue de la bytownite (1 : 3 : 5) à l'oligoclase (1 : 3 : 10). Sur la face g^1 (010), l'angle d'égal éclairement total est de $+37°$ (rapporté à la trace p (100) dans le sens de Max Schuster), pour la série basique labrador-bytownite, et descend jusqu'à $+33°$ pour la série acide andésine-oligoclase. On pourrait objecter que la biréfringence plus notable des feldspaths basiques empêche l'application rigoureuse de la loi des éclairements communs. Mais il existe un cas particulier de cette loi qui n'exige plus des plaques aussi minces et des biréfringences aussi faibles : c'est la courbe suivant laquelle l'égal éclairement total coïncide avec les directions d'extinction simultanée des deux corps juxtaposés (1); j'ai montré que cette courbe est celle qui réunit entre eux les axes optiques des divers plagioclases intermédiaires; or, ici encore, j'ai pu constater des différences de 4° à 5° entre les séries basiques et acides.

» 2° Néanmoins ces anomalies, importantes au point de vue théorique et que la nouvelle méthode permet de constater avec une grande délicatesse, confirment que la loi de Tschermak s'applique avec une approximation suffisante aux propriétés optiques des feldspaths intermédiaires pour en permettre l'application pratique. Un des premiers résultats obtenus

---

d'anorthite, α_1 l'angle compris entre la direction d'extinction négative d'un de ces feldspaths, et celle d'éclairement commun, α_2 le même angle compté, en sens inverse, jusqu'à la direction d'extinction positive de l'autre feldspath, on a

$$b_1 \sin 2\alpha_1 = b_2 \sin 2\alpha_2.$$

(1) *Bull. Soc. française de Min.*, t. XVIII, n° 3; 1895.

consiste à prévoir, en partant des données de l'albite et de l'anorthite sur la face g^1 (010), que la biréfringence maxima $n_g - n_p$ des plagioclases doit passer par un minimum entre l'oligoclase et l'andésine. Si l'on admet pour l'albite et l'anorthite des biréfringences maxima de 0,009 et de 0,012, le minimum doit même descendre au-dessous de 0,006.

» 3° Sur la face g^1 (010), l'éclairement commun se fait entre + 33° et + 37° de la trace p (100); il donne donc le moyen, même en l'absence de toute autre donnée, d'orienter cette section et de permettre par la simple lecture des angles d'extinction la détermination des divers plagioclases associés. On sait en effet que l'angle d'extinction varie, d'une façon continue, de + 20° (albite) à — 43° (anorthite). Dès lors, il n'existe plus d'indécision entre la série oligoclase-albite et la série oligoclase-andésine.

» 4° La même méthode d'orientation s'applique fructueusement aux sections de la zone de symétrie perpendiculaire à g^1 (010). J'ai montré (1) que les angles d'extinction maxima de cette zone sont caractéristiques; mais ils laissent subsister une indécision entre l'albite et certaines andésines acides (oligoclases-andésines), lorsqu'on n'a pas affaire à des cristaux montrant simultanément la mâcle de Carlsbad et celle de l'albite. Or, l'éclairement commun du cristal fondamental zoné se fait toujours, pour la série acide oligoclase-albite, du côté des extinctions par rapport à la trace de g^1 (010) et du côté inverse pour la série basique oligoclase-anorthite.

» Toute indécision est donc levée et les maxima de la zone de symétrie deviennent caractéristiques d'un bout à l'autre de la série.

» 5° La même observation peut être faite pour les extinctions si rigoureusement déterminées par M. Fouqué sur les sections perpendiculaires à la bissectrice n_p; ces sections se confondent d'ailleurs sensiblement de l'albite à l'andésine avec celles de la zone de symétrie et, pour leur appliquer la loi précédente, il suffit de rapporter l'extinction à la perpendiculaire à la trace du plan des axes, c'est-à-dire de prendre le complément des angles donnés par M. Fouqué.

» L'épure des égales intensités lumineuses de l'albite et de l'anorthite donnerait lieu à plusieurs autres observations. Ainsi, il existe deux pôles, situés respectivement sur les courbes d'extinction simultanée, dans la partie où l'on n'a aucun axe optique intermédiaire, entre celui de l'albite et celui de l'anorthite. Sur ces deux pôles, l'éclairement commun de tous

(1) *Annales des Mines*, t. XII, p. 394; 1877.

les feldspaths se fait indifféremment dans tous les azimuts. Dès lors, quelle que soit l'hétérogénéité d'un plagioclase zoné, les zones s'effacent dans ces deux sections. »

M. **Delaurier** adresse une Note ayant pour titre : Théorie et expériences sur la différence de production d'électricité dans les piles à un ou deux liquides.

M. **Rasmassen** adresse une Note relative à une construction géométrique.

A 4 heures trois quarts, l'Académie se forme en Comité secret.

La séance est levée à 5 heures. M. B.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

Ouvrages reçus dans la séance du 1er juillet 1895.

Annales de Chimie et de Physique, par MM. Berthelot, Pasteur, Friedel, Mascart. Juillet 1895. Paris, G. Masson, 1895; 1 fasc. in-8°.

Manuel d'Otologie clinique, par M. le Dr Em. Meinère. Paris, Rueff et Cie, 1895; 1 vol. in-8°. (Présenté par M. Marey.)

Association française pour l'avancement des Sciences. Vingt-troisième session. Caen, 1894; 1 vol. gr. in-8°. (Présenté par M. Mascart.)

Journal de Mathématiques pures et appliquées. Cinquième série, publiée par M. Camille Jordan, avec la collaboration de MM. Lévy, A. Mannheim, E. Picard, H. Poincaré et H. Resal. Tome Ier. Fasc. n° 2, année 1895. Paris, Gauthier-Villars et fils; in-4°.

Bulletin international du Bureau central météorologique de France. 1895. Mercredi 19 juin; 1 fasc. in-4°.

Extrait des Mémoires de la Société zoologique de France pour l'année 1895. Paris, 1895; 1 vol. gr. in-8°.

Remarques sur la nomenclature bryologique, par M. Auguste Le Jolis. Paris, J.-B. Baillière et fils, 1895; 1 vol. gr. in-8°.

Archives du Musée Teyler. Série II. Volume IV. Troisième Partie. Paris, Gauthier-Villars et fils, 1894; 1 vol. in-4°.

Bulletin de l'Académie impériale des Sciences de Saint-Pétersbourg. Mars-avril 1895. Saint-Pétersbourg, 1895; 2 fasc. in-4°.

Philosophical Transactions of the Royal Society of London, for the year 1894. London, 1895, Harrisson and sons; 2 vol. in-4°.